

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES,

PAR

M. H. OLLIVIER,

Agrégé-Préparateur à l'École Normale supérieure.

1^{re} THÈSE. — RECHERCHES SUR LA CAPILLARITÉ.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 18 Février 1907, devant la Commission d'Examen.

MM. BOUTY,

PELLAT,

WALLERANT,

Président.

Examinateurs.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1907

SÉRIE A, N° 534

N° D'ORDRE :

1256.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES,

PAR

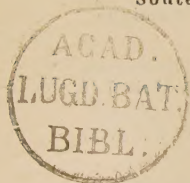
M. H. OLLIVIER,

Agrégé-Préparateur à l'École Normale supérieure.

1^{re} THÈSE. — RECHERCHES SUR LA CAPILLARITÉ.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 18 Février 1907, devant la Commission d'Examen.



MM. BOUTY,

PELLAT,

WALLERANT, }

Président.

Examineurs.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1907

UNIVERSITÉ DE PARIS.

FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS.

	MM.	
Doyen	P. APPELL.....	Mécanique rationn.
Doyen honoraire	G. DARBOUX, Professeur.	Géométrie supér.
	L. TROOST.	
Professeurs honoraires.....	CH. WOLF.	
	RIBAN.	
	LIPPMANN.....	Physique.
	BOUTY.....	Physique.
	BOUSSINESQ.....	Physique mathéma- tique et Calcul des probabilités.
	PICARD	Analyse supérieure et Algèbre supér.
	H. POINCARÉ.....	Astronomie mathé- matique et Méca- nique céleste.
	YVES DELAGE.....	Zoologie, Anatomie, Physiol. comparée.
	G. BONNIER.....	Botanique.
	DASTRE.....	Physiologie.
	DITTE.....	Chimie.
	GIARD	Zoologie, Évolution des êtres organisés.
	KOENIGS.....	Mécanique phys. et expérimentale.
	VÉLAIN.....	Géographie phys.
Professeurs.....	GOURSAT.....	Calcul différentiel et Calcul intégral.
	CHATIN.....	Histologie.
	PELLAT.....	Physique.
	HALLER.....	Chimie organique.
	H. MOISSAN.....	Chimie.
	JOANNIS.....	Chimie (Enseigne- ment P. C. N.).
	P. JANET.....	Physique (Ensei- gnement P.C.N.).
	WALLERANT.....	Minéralogie.
	ANDOYER.....	Astronomie phys.
	PAINLEVÉ.....	Mathém. générales.
	HAUG	Géologie.
	TANNERY.....	Calcul différentiel et calcul intégral.
	RAFFY.....	Applicat. de l'Ana- lyse à la Géométrie.
	HOUSSAY.....	Zoologie.
	N.....	Chimie biologique.
	N.....	Zoologie, Anatomie.
	N.....	Physiol. comparée.
	N.....	Physique.
	PUISEUX.....	Mécanique et Astro- nomie.
	LEDUC.....	Physique.
Professeurs adjoints.....	HADAMARD.....	Calcul différentiel et Calcul intégral.
	MATRUCHOT.....	Botanique.
	MICHEL.....	Minéralogie.
	DAGUILLON.....	Botanique.
	BOUVEAULT.....	Chimie organique.
	BOREL.....	Théorie d. fonctions
Secrétaire.....	A. GUILLET.	

A LA MÉMOIRE

DE

MA MÈRE.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

A

MONSIEUR BRILLOUIN,

PROFESSEUR AU COLLÈGE DE FRANCE,
MAÎTRE DE CONFÉRENCES A L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE.

Hommage respectueux et reconnaissant
de son élève.

A

MONSIEUR LESPIEAU,

DIRECTEUR DU LABORATOIRE DE CHIMIE
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE.

PREMIÈRE THÈSE.

RECHERCHES SUR LA CAPILLARITÉ.

INTRODUCTION.

Un très grand nombre de travaux ont été publiés sur les gouttes liquides. Leur forme a été déterminée par le calcul et par l'expérience ⁽¹⁾. Les vibrations qu'elles exécutent en tombant sont bien connues, surtout depuis les recherches de Lord Rayleigh ⁽²⁾. Leur poids a été étudié par plus de trente physiciens ⁽¹⁾ : les recherches les plus remarquables sur ce point, celles de Duclaux, ont conduit à d'importantes applications à la mesure des tensions superficielles et à l'analyse.

J'ai cherché d'autres propriétés des gouttes et particulièrement des petites gouttes. Il me semble que pour l'étude des phénomènes capillaires on a intérêt à prendre de petites gouttes au lieu de grosses. Les forces mises en jeu par la tension superficielle deviennent prépondérantes, tandis que celles mises en jeu par la pesanteur, par exemple, jouent un rôle beaucoup moins important.

C'est ainsi que la formation des petites gouttes est grandement influencée par l'élasticité des parois et même

⁽¹⁾ *Bibliographie*, § 1.

⁽²⁾ *Bibliographie*, § 49.

par la compressibilité du liquide, que l'on peut mesurer par ce procédé. Rien de pareil ne s'observe pour les grosses gouttes. Les petites gouttes ont encore l'avantage sur les grosses dans les applications du rejaillissement. Ce phénomène, d'une régularité inespérée, présente beaucoup de particularités curieuses. Il donne une méthode très délicate pour apprécier de faibles changements dans la tension superficielle des liquides, en particulier des solutions colloïdales dont la tension superficielle ne peut se mesurer par les méthodes statiques.

Je me suis constamment servi pour toutes ces expériences des surfaces enfumées, qui ne sont pas touchées par l'eau, et dont j'ai dû faire l'étude au point de vue capillaire et hydrodynamique. Cette étude m'a conduit à plusieurs résultats nouveaux.

Je diviserai le sujet en quatre Chapitres :

I. — Formation des petites gouttes. Variations de leur poids et de leur figure.

II. — Influence de la compressibilité sur la formation des gouttes.

III. — Contact de l'eau avec les surfaces enfumées.

IV. — Étude directe et chronophotographique du rejaillissement régulier des gouttes.

L'observation du curieux rejaillissement des gouttelettes d'eau sur les surfaces enfumées, faite en vacances sans aucun appareil, a été le point de départ de ce travail. Je n'aurais pu le développer ainsi sans les précieux conseils que m'a prodigués M. Brillouin, professeur au Collège de France, maître de conférences à l'École Normale Supérieure, qui a bien voulu s'intéresser à mes expériences et m'en indiquer de nouvelles et de plus concluantes. Je suis heureux d'exprimer ici à M. Brillouin ma profonde reconnaissance.

Ce travail a été fait au Laboratoire de Chimie de l'École Normale Supérieure, d'abord dirigé par M. Gernez, puis

par M. Lespieau. Je remercie bien vivement MM. Gernez et Lespieau qui, avec la plus grande bienveillance, ont mis à ma disposition les ressources nécessaires pour son achèvement.

Je prie M. Villard, que j'avais l'honneur d'avoir pour voisin au Laboratoire, d'agréer mes remerciements pour les excellents conseils qu'il m'a donnés avec tant d'obligeance, et qui m'ont été extrêmement profitables.

Je suis également très reconnaissant à M. Cotton, maître de conférences à l'École Normale Supérieure, des encouragements bienveillants et des conseils éclairés que j'ai reçus de lui pendant la durée entière de ce travail.

CHAPITRE I.

Formation des petites gouttes.

Variations de leur poids et de leur figure.

§ 1. BIBLIOGRAPHIE. — Les recherches publiées sur la formation et le poids des gouttes peuvent être divisées en quatre séries :

- 1° Production des gouttes.
- 2° Forme des gouttes. Mode de détachement. Distinction entre la goutte tombée et la goutte totale.
- 3° Poids des gouttes.
- 4° Variations du poids des gouttes avec la vitesse d'écoulement et avec la température.

Tous les travaux désignés dans la suite par un astérisque (*) sont analysés par ordre chronologique dans le Mémoire de MM. Guye et Perrot : *Étude critique sur l'emploi du compte-gouttes* (*Archives de Genève*, t. XI, 1901, p. 225), auquel je renvoie pour les indications bibliographiques.

On trouvera également une bibliographie de la question dans le Mémoire de Lohnstein : *Zur Theorie des Abtropfens* (*Ann. Drude*, 4, Bd. XX, p. 237 et 606).

J'appellerai dans la suite *grosses gouttes* celles de plus de 10^{mm^3} à 20^{mm^3} .

1° *Production des gouttes.* — De grosses gouttes régulières s'obtiennent en faisant arriver le liquide à la face inférieure d'un large disque horizontal mouillé [Hagen*, Lord Rayleigh*, Worthington (*Proc Roy. Soc.*, t. XXXII, 1881, p. 362)] ou d'une sphère mouillée (Guthrie*).

On forme les petites gouttes (4^{mg}) au bout de tubes très fins bien graissés (Lebaigue*).

Traube* a recommandé l'emploi de tubes dont le bout est bien nettoyé et les parois latérales bien graissées. Si l'on nettoie les tubes, le liquide grimpe extérieurement aux parois; le poids des gouttes est alors beaucoup plus grand (Hagen*, Lebaigue*); il ne reste constant que si la paroi extérieure reste rigoureusement propre.

La pipette de Duclaux* donne avec l'eau des gouttes de 50^{mg} . Elle doit être rodée extérieurement et bien nettoyée; elle donne des résultats très concordants. La précision est augmentée en plaçant la pipette, à température constante, dans un espace saturé de la vapeur du liquide [Forch*, Rosset*, Guye* et Perrot*, Yvon (*Traité du compte-gouttes normal*, Paris 1905)].

2° *Forme des gouttes. Mode de détachement. Distinction entre la goutte tombée et la goutte totale.* — Dupré*, Bertrand*, Duclaux* ont indiqué les principes et les formules les plus importantes qui servent à déterminer mathématiquement la figure des gouttes.

Mathieu (*Théorie de la Capillarité*, Paris, 1883) a dessiné d'après ses calculs les méridiennes de plusieurs grosses gouttes.

Worthington [*On pendant drops* (*Proc. Roy. Soc.*, 1881, p. 362)] a obtenu expérimentalement par projection les figures de plusieurs grosses gouttes.

Lenard* a photographié des gouttes qui se détachaient.

Une goutte se détache non par arrachement, mais par amincissement rapide de son col; un ligament se forme derrière la goutte (Savart*, Magnus*, Guthrie*) et se rassemble en une très petite goutte satellite. Un fort ménisque reste en saillie sous l'orifice d'écoulement. (*fig. 1.*)

Fig. 1.

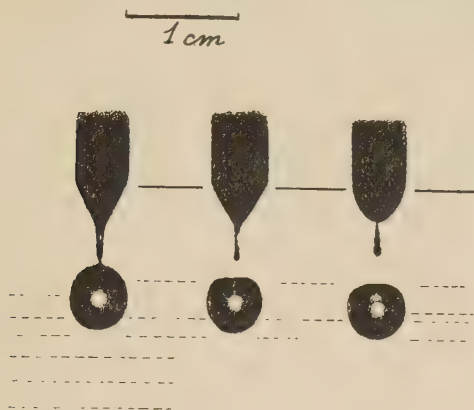


Figure extraite de la Thèse de M. Lenard*.

Guye et Perrot (*Comptes rendus*, t. CXXXV, 1902, p. 621) ont obtenu des photographies cinématographiques de grosses gouttes en train de se détacher et ont observé les mêmes faits.

La *goutte complète* ou totale (Ostwald*), qui comprend tout le liquide situé au-dessous de l'orifice d'écoulement, diffère donc considérablement de la *goutte tombée*. (Cette différence a atteint 29 pour 100 du volume de la goutte complète, qui était 33 mm^3 environ, dans certaines expériences de Guye* et Perrot*). Or c'est la goutte tombée que l'on pèse et c'est la goutte complète que l'on considère dans les calculs et notamment dans la théorie d'Ostwald*.

Guglielmo (*Ac. Lincei: Rend.*, t. XII, 2^e semestre 1904, p. 462) a prouvé que la différence des volumes de la

goutte totale et de la goutte tombée tend très rapidement vers zéro à mesure que l'on prend des gouttes plus petites.

3° *Poids des gouttes.* — La loi classique dite de Tate* exprime que le poids P d'une goutte suspendue à un tube de rayon r est équilibré par la tension superficielle T qui s'exerce sur le cercle de gorge de la goutte. Ce cercle est considéré comme ayant pour rayon r . On écrit alors : $P = 2\pi r T$.

Cette formule est inexacte au point de vue théorique. Elle néglige la pression hydrostatique et la pression hydrodynamique. D'ailleurs (Lord Rayleigh*) le problème du détachement des gouttes n'est pas un problème statique, mais bien dynamique, et la formule de Tate relative à un état d'équilibre n'est pas légitime.

Hagen* avait constaté que le poids des gouttes n'est pas proportionnel au rayon r du tube, à cause du ménisque qui reste en arrière.

Lebaigue* a montré expérimentalement qu'en accord avec la loi de Tate : 1° la nature du tube (mouillé) et l'épaisseur de ses parois n'interviennent pas; 2° le poids des gouttes est sensiblement proportionnel au périmètre $2\pi r$ de la surface terminale du tube (r rayon extérieur du tube).

Duclaux* a confirmé ces résultats pour les gouttes de sa pipette compte-gouttes. Leur poids est donné par la formule $P = k r T$ où k est sensiblement une constante. Mais il faut faire une correction quand le nombre des gouttes donné par les 5^{cm} de la pipette dépasse 140. Cette méthode permet de mesurer très simplement les tensions superficielles. Elle permet, notamment, le dosage de l'alcool dans l'eau.

D'après Traube* $\frac{P}{2\pi r} < T$, et la différence relative diminue quand r diminue.

Lord Rayleigh* a proposé la formule $P = 3,8 r T$ qui s'applique à beaucoup de cas usuels.

Guye* et Perrot* n'ont trouvé la loi de Tate vérifiée ni pour les gouttes totales, ni pour les gouttes tombées. Mais, dans certaines conditions indiquées, la loi de proportionnalité des poids aux tensions superficielles ne donne pas d'erreurs supérieures à 2 pour 100.

Guglielmo (*loc. cit.*) a montré que le rapport $\frac{P}{2\pi r}$ n'est pas égal à T, mais qu'il tend rapidement vers T à mesure que l'on prend des gouttes plus petites : $T = \frac{P}{2\pi r} \left(1 + \frac{r}{R}\right)$, R rayon de la goutte.

Lohnstein (*loc. cit.*) a trouvé aussi que le rapport $\frac{P}{2\pi r}$ n'est pas égal à T et n'est pas exprimable par une formule simple : il donne la Table des valeurs de P en fonction de r.

(Voir aussi : LEDUC et SACERDOTE, *Comptes rendus*, t. CXXXV, 1902; GUYE et PERROT, *Arch. Gen.*, t. XIV, p. 700.)

4° *Variations du poids des gouttes avec la température et la vitesse d'écoulement.* — Toutes les circonstances qui abaissent la tension superficielle abaissent le poids des gouttes. Les principales sont : l'élévation de température (Frankenheim*, Lebaigue*, Duclaux*, Eschbaum*, Yvon, *loc. cit.*); l'exposition prolongée à l'air (Hagen*, Lenard*); la présence dans l'atmosphère de vapeurs d'alcool, d'éther, d'essence de térébenthine (Duclaux*, Bühler, Yvon, *loc. cit.*).

Le poids des grosses gouttes, constant quand la vitesse d'écoulement du liquide est très petite, croît rapidement si cette vitesse d'écoulement augmente (Frankenheim*, Hagen*, Guthrie*, Lenard*, Forch*, Guye* et Perrot*).

Rosset (*Bull. Soc. chim.*, t. XXIII, n° 7, 1900) a mis en évidence un maximum dans le poids des gouttes. Si l'on fait croître la vitesse d'écoulement, le poids des gouttes augmente, passe par un maximum, puis décroît rapidement.

Guye et Perrot (*Arch. Gen.*, t. XIII, 1902, p. 80) sont arrivés au résultat suivant :

1° Pour les gouttes formées au bout de tubes mouillés de diamètre extérieur supérieur à 2^{mm}, le poids des gouttes augmente quand la vitesse d'écoulement augmente;

2° Pour les gouttes plus petites, à mesure que la vitesse d'écoulement augmente, on constate que le poids des gouttes augmente, passe par un maximum, puis diminue.

§ 2. Mes expériences ont porté sur des gouttes plus petites que celles qui ont été employées jusqu'ici et notamment que celles du compte-gouttes Duclaux. Les plus grosses gouttes que j'ai étudiées pesaient 8^{mg} et les plus petites 3^{mg}.

Leur forme est beaucoup plus simple que celle des grosses gouttes. Elles se détachent sans ligament visible, sans goutte satellite, sans ménisque restant en arrière. Il n'y a plus à distinguer la goutte tombée de la goutte totale.

Leur poids est en accord avec la formule de Tate corrigée de la pression hydrostatique. Il reste constant tant que la durée de la formation des gouttes reste supérieure à 1 ou 2 secondes. Si l'on augmente la vitesse d'écoulement, ce poids diminue sans présenter le maximum que donnent les gouttes plus grosses de MM. Rosset* et Guye et Perrot (*loc. cit.*), et cette diminution peut être prévue théoriquement.

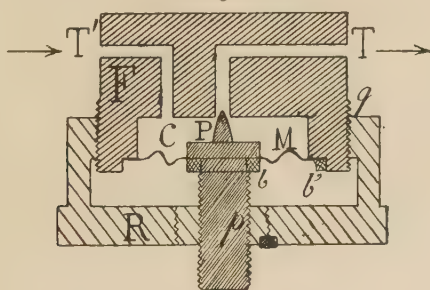
Toutes les causes de complications du phénomène disparaissent donc par l'emploi de petites gouttes.

§ 3. APPAREILS EMPLOYÉS POUR LA PRODUCTION DES GOUTTES. — Un gros ballon en verre d'Iéna (verre peu soluble) servant de réservoir est rempli d'eau distillée, préalablement filtrée sur une bougie Chamberland ou sur collodion (MALFITANO, *Comptes rendus*, 1905, p. 140) puis longtemps bouillie. Dans le tube de prise d'eau est logé un filtre du même genre, car le robinet employé ne peut fonctionner qu'avec de l'eau exempte de toute poussière.

Ce robinet, à pointeau et membrane métallique, ressemble à ceux dont M. Villard s'est servi pour l'étude des hydrates de gaz (*Ann. de Ch. et de Phys.*, t. XI, 1897, p. 297); il est muni en outre d'une vis différentielle permettant un réglage extrêmement précis, indispensable pour les expériences de compressibilité.

Ces robinets ne fuient pas. On ne doit pas les graisser; bien au contraire, on doit les débarrasser de la plus petite trace de graisse.

Fig 2.



Coupe du robinet.

F *pièce fixe* en maillechort percée de deux canaux T et T'; T' communique avec le réservoir, T communique avec l'orifice. La pièce F est munie d'un filetage q .

P pointeau en acier au nickel muni d'un filetage p .

M membrane d'argent (épaisseur $0^{\text{mm}},3$). Une bague de serrage b la fixe au pointeau; une bague de serrage b' (ou de la soudure) la fixe à la pièce F.

R pièce en maillechort que l'on peut faire tourner. Elle porte les deux filetages p et q , de même sens, qui épousent les filetages correspondants des pièces P et F.

Le pas de vis $p = 1^{\text{mm}}$; le pas de vis $q = 1^{\text{mm}},050$.

Si l'on fait tourner d'un tour la pièce R, le pointeau P, fléchissant la membrane, *avance ou recule sans tourner* d'une quantité égale à la différence des pas de vis p et q , soit $0^{\text{mm}},050$.

Une rotation de $\frac{1}{50}$ de tour de la pièce R déplace P de 1^{μ} .

Pour le mercure : la membrane M est en platine; la cuvette C est doublée de platine; les tubes T sont en platine; ils sont soudés à la soudure autogène sur le fond de C.

Le robinet communique avec l'orifice d'écoulement par un tube d'argent (diamètre intérieur, 1^{mm}; diamètre extérieur, 1^{mm},7).

La différence de niveau entre le réservoir et l'orifice d'écoulement a varié, dans mes expériences, de 0^m à 5^m.

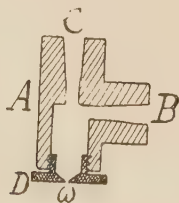
J'ai employé trois espèces d'orifices :

1^o Des tubes de verre étirés à la lampe, de diamètre extérieur plus petit que $\frac{1}{3}$ de millimètre. Pour roder le bout de ces tubes, il faut enrober la partie étirée dans du mastic Golaz; on peut alors user l'extrémité sur une plaque de verre avec de l'eau et de l'émeri, puis enlever le mastic par fusion et dissolution dans l'éther. L'extérieur du tube ne devant pas être mouillé, on plonge un instant le tube dans de la cire en fusion tout en insufflant de l'air.

2^o De fines aiguilles creuses en platine iridié que l'on trouve dans le commerce avec des embases Pravaz. On les met en communication électrique avec le sol, l'état électrique de l'orifice étant important à définir.

3^o De très petits trous percés dans une paroi enfumée (fig. 3). Une pièce en nickel épais A porte deux ajutages

Fig. 3.



dont l'un, B, sert à l'admission de l'eau; l'autre, C, peut être fermé par un bouchon métallique rodé, après l'enlèvement de l'air. Le bouchon vissé D porte l'orifice d'écoulement ω , à la pointe du cône très évasé E. On se rapproche ainsi beaucoup d'un écoulement en mince

paroi et l'on a l'avantage d'une très grande rigidité. La partie inférieure de D est plane et polie. On l'a enduite de cire (sans laisser entrer la cire dans le trou ω), puis soigneusement enfumée dans la partie brillante de la flamme d'une lampe à pétrole, sans fondre la cire.

§ 4. APPAREILS EMPLOYÉS POUR PESER LES GOUTTES. — Lorsque les gouttes ne se succèdent pas trop rapidement, on peut en recueillir cent dans un flacon taré renfermant de l'acide sulfurique étendu de son volume d'eau et recouvert d'une couche d'huile de paraffine. On évite ainsi l'évaporation de l'eau recueillie. La pesée du flacon était faite à $\frac{1}{10}$ de milligramme près. L'opération se faisait dans une cave à murs épais, où la température ne varie pas de $0^{\circ},5$ en plusieurs jours. Les trépidations changent le poids des gouttes; aussi j'ai installé tous mes appareils sur une table de pierre inébranlable.

Lorsque les gouttes se succèdent trop rapidement pour pouvoir être comptées, j'en recueillis une sur une petite feuille de papier vaseliné déplacée rapidement sous l'orifice et je la recouvrais d'une petite feuille mince d'aluminium vaselinée. La tare et la pesée étaient faites à l'aide d'une microbalance spéciale.

Fig. 4.



Cette balance se compose d'un ressort spiral non magnétique placé dans un plan vertical. Son centre est soudé à une tige horizontale perpendiculaire au plan du

ressort et fixée soit à un bouton, soit à l'axe d'un goniomètre de Wollaston. La dernière spire est redressée (*fig. 4*) et porte vers son extrémité un petit plateau en mica suspendu par trois fils d'aluminium. L'extrémité même est tordue de 90° et taillée en pointe extrêmement fine P (deux coups de ciseaux et attaque par l'acide azotique). Un microscope (grossissement 100) permet de voir cette pointe et de mesurer ses déplacements au moyen d'une division micrométrique placée dans l'oculaire. Une boîte protège la balance contre les courants d'air.

Les oscillations s'arrêtent très vite (20 secondes).

1° Pour faire une pesée rapide, il suffit de poser l'objet sur le plateau et de tourner l'axe du goniomètre de façon à ramener la pointe à la même hauteur dans le champ du microscope; de la lecture de l'angle de rotation (1° par milligramme environ dans l'appareil que j'ai construit), on déduit le poids, l'appareil étant étalonné. J'obtenais ainsi le $\frac{1}{20}$ de milligramme.

2° Pour faire une pesée précise (au $\frac{1}{100}$ de milligramme), le goniomètre est inutile, une tige munie d'un bouton suffit. Au moyen de l'appareil lui-même j'ai étalonné des poids allant du demi-milligramme au décigramme (l'appareil que j'ai supporte largement la charge de 1^{dg}). On met l'objet sur le plateau, on tourne l'axe jusqu'à ramener dans le champ l'image de la pointe. On note à quelle division de l'échelle micrométrique vient cette image. On remplace l'objet par des poids étalonnés; on lit la nouvelle division du microscope. On ajoute $0^{\text{mg}},5$ étalonné, on fait la nouvelle lecture, l'image restant dans le champ. On en déduit le poids de l'objet en admettant la proportionnalité des flexions aux poids dans cet intervalle de $0^{\text{mg}},5$.

L'instrument étant très sensible aux variations de température, je l'ai installé, lui aussi, à la cave, sur un pilier

inébranlable. D'ailleurs, je faisais des observations alternées.

§ 5. APPAREIL CHRONOPHOTOGRAPHIQUE — Destiné à donner des images instantanées et se succédant de millièmi en millièmi de seconde, cet appareil à pellicule tournante avait été construit pour l'étude du rejaillissement. Il m'a donné en même temps les formes successives d'une petite goutte qui se détache; sa description peut donc trouver place dans ce Chapitre.

M. Villard a bien voulu me donner beaucoup de conseils pour la construction de cet appareil, qui ressemble à celui de M. Hemsalech pour l'étude de l'étincelle électrique (*Journal de Physique*, 4^e série, t. I, 1902, p. 77).

L'éclairage est produit par les étincelles condensées d'une forte bobine de Ruhmkorff.

Sur le circuit primaire de la bobine se trouvent un interrupteur de Wehnelt, un rhéostat et un gros interrupteur à mercure dont la tige, maintenue relevée par un ressort, ne laisse passer le courant que si l'opérateur appuie dessus. On peut ainsi envoyer le courant pendant $\frac{1}{10}$ de seconde environ ou pendant un temps aussi long qu'on le veut.

Le courant est produit par une batterie d'accumulateurs pouvant donner 30^{volts} ou 60^{volts} et par une dynamo-commutatrice pouvant donner 50^{volts} continus, mais avec quelques perturbations qui nuisent à la régularité des étincelles. On peut donc avoir 110^{volts} comme force électromotrice sur le circuit primaire.

Les deux bornes du secondaire de la bobine sont reliées : 1^o aux deux armatures d'une bouteille de Leyde; 2^o à deux tiges de platine iridié; les étincelles éclatent entre les extrémités de ces tiges. (Les électrodes de zinc donnent une lumière plus actinique, mais les étincelles les détériorent très vite; la position de la source lumineuse varie sans cesse.)

La lumière est recueillie par un condenseur dont l'axe principal est horizontal et passe par l'étincelle. Au foyer conjugué de l'étincelle est placé un objectif photographique de 5^{cm}, 5 de foyer et dont l'axe principal coïncide avec celui du condenseur.

L'objet à photographier est placé près du condenseur. L'objectif en donne une image agrandie qui est au point sur la pellicule tournante.

Une roue de bicyclette de 2^m de circonférence est montée sur un axe bien solide. Sur sa jante est fixée une règle à dessin de 6^{cm} de largeur, courbée en cercle parfait. La pellicule (planose, de Lumière) est fixée sur cette règle avec quelques punaises. Au moyen d'un multiplicateur à chaîne on peut faire tourner la roue avec une vitesse de cinq tours par seconde, ce qui fait une vitesse linéaire de 10^m par seconde pour la pellicule.

Avec 110^v sur le circuit primaire, l'interrupteur de Wehnelt donnait environ 1000 étincelles par seconde; les images successives obtenues sur la pellicule étaient, par conséquent, distantes de 0^m,01.

En écartant les tiges de platine pour allonger l'étincelle, on avait une fréquence moindre et peu régulière, mais des images plus intenses.

Avec 30^v, les images étaient bien plus espacées, mais plus belles.

Pour faire une chronophotographie, je faisais tourner la roue et j'examinais à la lanterne rouge la goutte qui allait se détacher ou rejaillir. J'appuyais sur la tige de l'interrupteur à mercure pendant $\frac{2}{10}$ de seconde, temps correspondant à un tour de roue.

Il fallait que le phénomène du détachement ou du rejaillissement (qui dure $\frac{1}{100}$ de seconde environ) se fût accompli pendant ces $\frac{2}{10}$ de seconde. Aussi ai-je assez souvent appuyé trop tôt ou trop tard sur l'interrupteur. J'ai compté un insuccès sur quatre expériences. Il m'est

arrivé assez rarement d'appuyer pendant plus de $\frac{2}{10}$ de seconde, ce qui superpose sur la pellicule les images relatives à deux tours de roue.

§ 6. EXPÉRIENCES PRÉLIMINAIRES. COMPARAISON DES ORIFICES D'ÉCOULEMENT AU POINT DE VUE DE LA RÉGULARITÉ DE LEURS RÉSULTATS. — J'ai d'abord employé des tubes fins à bout rodé et enduits extérieurement de cire (§ 3). Dans les premières heures de son emploi, un tube de cette sorte, disposé verticalement, donne des gouttes de révolution autour de l'axe vertical du tube. Mais l'aspect ne tarde pas à changer. La cire finit par être mouillée, et plus d'un côté que de l'autre. La goutte perle du côté mouillé, n'est plus du tout de révolution, et son poids augmente beaucoup.

Exemples (tous les exemples donnés ci-dessous sont relatifs à des gouttes de formation lente) :

1°	{ Poids initial... 7 ^{mg} , 29	} variation, 2 pour 100.
	{ 7 heures après.. 7 ^{mg} , 15	
2°	{ Poids initial... 8 ^{mg} , 6	} variation, 10 pour 100.
	{ 8 jours après.. 9 ^{mg} , 5	

Cette variation est hors de proportion avec celle de la température, qui était de 0°,5 au plus. Or, vers 15°, la tension superficielle de l'eau varie de 0,22 pour 100 par degré. Il faudrait une différence de température de 13° pour faire varier de 3 pour 100 le poids des gouttes.

J'ai essayé de remplacer la cire par la paraffine, la vaseline, le spermaceti, la cétine, le suif, etc. Toutes ces substances ont donné des résultats encore plus mauvais.

Même si l'on se borne à des expériences de courte durée, on constate, avec ces tubes, que le poids des gouttes change si l'on interrompt l'écoulement pour le faire recommencer plus tard.

Exemple : poids initial, 7^{mg}, 36.

On arrête l'écoulement. On le rétablit le lendemain ; le poids est 7^{mg}, 28 (différence, 1 pour 100).

C'est sans doute pour cela que la plupart des expérimentateurs ont rejeté l'emploi des tubes graissés extérieurement.

On obtient des résultats plus réguliers en baignant fréquemment dans l'eau la pointe du tube; l'expérience ne peut guère être prolongée plus de 2 jours.

Exemple :

Poids initial.....	7 ^{mg} , 415	} constant à $\frac{7}{1000}$ près.
Poids 12 heures après..	7 ^{mg} , 430	
Poids 24 heures après..	7 ^{mg} , 405	

Les orifices percés dans une paroi enduite de cire, puis enfumée (§ 3), se montrent bien supérieurs. On ne réussit pas toujours à avoir du noir de fumée très adhérent; dans ce cas, il est lentement emporté par l'eau au voisinage de l'orifice et le poids des gouttes augmente. Il ne faut pas mettre beaucoup de cire; il faut enfumer en plusieurs fois sans fondre la cire. On arrive, après quelques tâtonnements, à d'excellents résultats.

Exemple : poids des gouttes le 30 mars, 4^{mg}, 845; l'écoulement a continué jusqu'au 16 juin; poids à ce moment, 4^{mg}, 880.

Il s'est écoulé environ 500000 gouttes; le poids est resté constant à $\frac{7}{1000}$ près.

Il est donc possible d'obtenir, par ce procédé, de petites gouttes bien régulières.

§ 7. FORME DES PETITES GOUTTES. — Le cube du rayon moyen R d'une goutte étant à peu près proportionnel au rayon r du tube d'où elle se détache, le rapport $\frac{r}{R}$ est beaucoup plus petit pour les petites gouttes que pour les grosses.

Ainsi, les gouttes qui se détachent d'un tube de 9^{mm} de diamètre ont un diamètre moyen de 6^{mm}, 42. Cette grosse goutte est rattachée à l'orifice par une base évasée plus large qu'elle.

Les gouttes qui se détachent d'un tube de 3^{mm} de diamètre ont un diamètre moyen de 4^{mm}, 56.

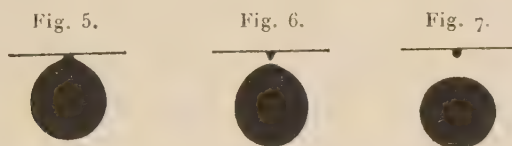
Celles qui sont issues d'un orifice de 0^{mm}, 19 de diamètre ont un diamètre moyen de 2^{mm}, beaucoup plus grand que celui de l'orifice (*fig. 5, 6, 7*).

La forme des petites gouttes est donc très différente de celle des grosses gouttes.

Une petite goutte en train de se former a sensiblement la forme d'une sphère tangente à la section terminale de l'orifice.

Lorsqu'elle est sur le point de se détacher, sa partie supérieure s'effile un peu. La goutte ressemble alors à une sphère surmontée d'un cône circonscrit; elle est rattachée à l'orifice d'écoulement par un pédoncule délié.

Les détails de la chute de la goutte sont indiqués dans les reproductions ci-dessous des chronophotographies que j'ai faites avec l'appareil décrit § 5. On remarque qu'aussitôt détachée la goutte est très sensiblement sphérique, ce qui n'a pas lieu pour les grosses gouttes. (Comparer avec la figure 1.)



Dessins calqués représentant la chute d'une petite goutte.
Grossissement linéaire : 5 fois..

§ 8. POIDS DES PETITES GOUTTES. — La formule de Tate, approximativement corrigée de la pression hydrostatique (Guglielmo, *loc. cit.*) : $T = \frac{P}{2\pi r} \left(1 + \frac{r}{R}\right)$, s'applique aux petites gouttes.

P est donné par la balance, au moins à $\frac{1}{1000}$ près; on en déduit le rayon moyen R de la goutte.

r, rayon de l'orifice, est connu avec une précision relative moins grande.

Dans le cas des tubes étirés enduits de cire, je n'ai jamais pu savoir quel était le périmètre de la partie mouillée du bout du tube.

Dans le cas des orifices percés dans une paroi enfumée, la mesure du diamètre du trou a été faite au moyen d'un microscope muni d'un micromètre oculaire.

La surface était éclairée par-dessus, au moyen de l'*illuminateur vertical* employé en Métallographie.

On s'assure ainsi que l'eau n'a pas enlevé le noir des bords de l'orifice.

Exemple :

Masse d'une goutte $P = 4^{\text{mg}}, 222$
 Rayon moyen de la goutte..... $R = 1^{\text{mm}}, 0026$

L'orifice percé dans la paroi enfumée a sensiblement la forme d'une ellipse. Diamètre maximum, $0^{\text{mm}}, 200$; diamètre minimum, $0^{\text{mm}}, 190$. Diamètre moyen, $0^{\text{mm}}, 195$; rayon $r = 0^{\text{mm}}, 0975$.

En portant ces valeurs dans la formule

$$T = \frac{P}{2\pi r} \left(1 + \frac{r}{R} \right),$$

on trouve $T = 7,56 \frac{\text{mg}}{\text{mm}} = 77 \text{ C.G.S.}$, valeur qui concorde bien avec la valeur de la tension superficielle de l'eau à 18° .

Le poids du ménisque restant en arrière est sensiblement le poids d'une demi-sphère de rayon $r = 0^{\text{mm}}, 0975$, soit $0^{\text{mg}}, 002$ environ. Il est entièrement négligeable devant le poids $P = 4^{\text{mg}}, 222$ de la goutte. Pour les petites gouttes, il n'y a donc pas à distinguer la goutte tombée de la goutte totale.

§ 9. VARIATIONS DU POIDS DES PETITES GOUTTES AVEC LA VITESSE D'ÉCOULEMENT. — Je désignerai dans toute la suite par θ le temps qui s'écoule entre les chutes de deux gouttes consécutives.

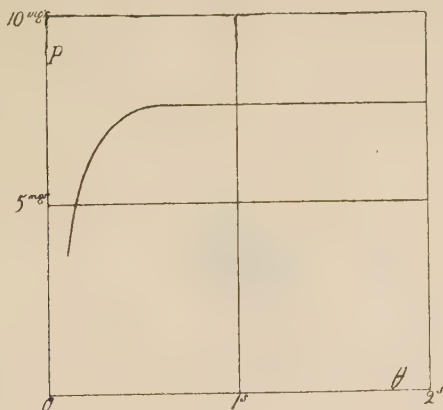
J'ai trouvé que pour les petites gouttes le poids P d'une goutte *augmente* quand le temps θ de formation de la goutte augmente; ce poids devient constant pour les gouttes formées en plus de 2 secondes. En augmentant la vitesse d'écoulement, on diminue donc le poids P .

C'est l'inverse de ce qui se passe pour les grosses gouttes.

Je n'ai pas trouvé le maximum signalé par M. Rosset *, ou, quand j'en ai trouvé un, il était extrêmement peu accusé.

Les auteurs cités ci-dessus ne sont pas descendus au-dessous de $\theta = 0^s,4$, intervalle à partir duquel on ne compte plus facilement les gouttes. J'ai pu descendre jusqu'à des valeurs de θ inférieures à $0^s,1$ et presque jusqu'au moment où l'écoulement par gouttes est remplacé par l'écoulement par jet.

Fig. 8.



Il suffit pour cela de déplacer une feuille de papier sous l'orifice; on note avec un chronomètre à pointage le temps t pendant lequel elle y reste et l'on compte ensuite le nombre n des gouttes tombées sur la feuille $\theta = \frac{t}{n-1}$.

On recueille une goutte et on la pèse à la microbalance, comme il est dit § 4.

Toutes les courbes que j'ai obtenues ayant même allure, je me contente d'en donner une (*fig. 8*).

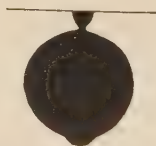
On voit sur cette courbe la grande variation du poids des gouttes, qui passe de 3^{mg},6 à 7^{mg},6 quand θ varie de 0^s,1 à quelques secondes.

Ce résultat est conforme aux prévisions théoriques. Le poids P d'une goutte est sensiblement donné par la formule $2\pi r T = P + \alpha + \beta$:

$$P = 2\pi r T - \alpha - \beta.$$

α est la valeur de la pression hydrostatique qui s'exerce sur la goutte; sa valeur est voisine de $P \frac{r}{R}$ (Guglielmo, *loc. cit.*); β est la valeur de la pression hydrodynamique. Nulle pour un écoulement lent, cette pression croît rapidement avec la vitesse de l'écoulement. Il se forme dans la goutte un jet qui appuie sur la partie inférieure de la surface de la goutte et y produit une protubérance (chronophotographie, *fig. 9*). La forme générale de la courbe est donc expliquée.

Fig. 9.



La légère diminution de P (quelques centièmes de milligramme) que j'ai pu observer pour les grandes valeurs de θ est attribuable à la diminution de la tension superficielle de l'eau exposée quelque temps à l'air.

Je ne connais aucune explication satisfaisante de la variation compliquée du poids des grosses gouttes en fonction de la vitesse d'écoulement.

§ 10. EXPÉRIENCES COMPLÉMENTAIRES. — Soit h la différence de niveau entre l'eau du réservoir et l'orifice d'écoulement.

Soit φ la pression capillaire dans la goutte, comptée en centimètres d'eau.

Le débit de la conduite ⁽¹⁾, pour une ouverture donnée du robinet, est proportionnel à $h - \varphi$.

Quand la goutte grossit, la pression φ atteint un maximum $\Phi = \frac{2T}{r}$, lorsque la goutte perle en forme de demi-sphère à l'orifice d'écoulement, dont le rayon est r .

φ diminue ensuite rapidement jusqu'à la valeur

$$\varepsilon = \frac{2T}{R},$$

atteinte au moment de la chute.

Pour les gouttes de 4^{mg}, 222 citées § 8, le maximum $\frac{2T}{r}$ est 16^{cm}, 7 d'eau; le minimum $\frac{2T}{R}$ est 1^{cm}, 6 d'eau.

Par conséquent, le débit ⁽¹⁾ ne reste pas constant.

Si le robinet est très serré et la pression de l'eau h très grande, les variations de $h - \varphi$ sont relativement petites; le débit est sensiblement uniforme.

Diminuons maintenant la pression h de l'eau jusqu'à une valeur voisine du maximum de φ , et ouvrons le robinet de façon à avoir la même valeur de θ que précédemment. Les variations de $h - \varphi$ deviennent considérables. A mesure que la goutte grossit, le débit $\frac{dV}{dt}$ augmente. La goutte est formée dans le même temps, mais d'une façon accélérée. La pression hydrodynamique au moment de la chute est plus grande que dans le premier cas.

J'ai cherché si, pour une même valeur de θ , les gouttes avaient le même poids dans les deux cas.

⁽¹⁾ Il s'agit ici du débit $\frac{dV}{dt}$ à l'instant t ; dV est le volume de liquide qui passe dans le temps très court dt .

J'ai constaté, pour les petites valeurs de θ , que le poids des gouttes était un peu plus grand dans le cas du débit uniforme que dans celui du débit accéléré. Cela confirme bien la prévision théorique.

Exemples (appareil sans filtre entre le réservoir et le robinet) :

$\theta = 0^{\circ}, 505$	{	Pour $h = 8^{\text{cm}}, 21$ (débit accéléré) . . .	$P = 7^{\text{mg}}, 118$
		Pour $h = 58^{\text{cm}}, 6$ (débit uniforme) . . .	$P = 7^{\text{mg}}, 219$
		Différence : 1,4 pour 100	
$\theta = 1^{\circ}$	{	Pour $h = 9^{\text{cm}}, \dots$	$P = 7^{\text{mg}}, 384$
		Pour $h = 57^{\text{cm}}, 5, \dots$	$P = 7^{\text{mg}}, 416$
		Différence : 0,4 pour 100	

Dans les recherches sur les variations des poids des gouttes, il y a donc lieu de prendre une grande pression d'eau et un robinet très serré (¹).

§ 11. — Il est également indispensable d'éloigner tout corps électrisé de l'orifice d'écoulement.

En approchant une baguette électrisée de l'orifice, on voit généralement l'écoulement par gouttes remplacé par un jet. Si le robinet est très serré, le jet ne se forme pas, mais les gouttes se succèdent plus rapidement et sont beaucoup plus légères.

(¹) *Nota.* — A propos de ces expériences, je dois signaler le fait suivant : Lorsqu'on fait croître lentement et sans choc la hauteur h de l'eau à partir de 1^{mm} ou 2^{mm}, la hauteur minima h_0 nécessaire pour que l'écoulement par gouttes commence de lui-même est indépendante de l'ouverture du robinet. Sa valeur est égale au maximum $\frac{2T}{r}$ de la pression capillaire φ .

Lorsqu'on fait décroître lentement la pression au-dessous de h_0 , l'écoulement s'arrête aussitôt si le robinet est presque fermé. Au contraire, si le robinet est largement ouvert, l'écoulement par gouttes, qui est rapide, continue à cause de la pression hydrodynamique du courant d'eau. On peut ainsi abaisser la pression de quelques centimètres au-dessous de h_0 .

CHAPITRE II.

Influence de la compressibilité sur la formation des gouttes.

§ 12. — Lorsque le liquide envoyé à l'orifice d'écoulement peut, au lieu de grossir la goutte, comprimer jusqu'à un certain degré un corps élastique, le mode de formation de la goutte est profondément changé. L'expérience peut se faire avec les divers orifices d'écoulement étudiés dans le précédent Chapitre. Les petits orifices percés dans une paroi enduite de cire, puis enfumée, sont de beaucoup les meilleurs ⁽¹⁾.

L'appareil employé dans le cas de l'eau comprend donc le réservoir, le filtre, le robinet, le tube d'argent et la petite chambre A en nickel épais (portant le petit orifice d'écoulement) dont la description détaillée a été faite § 3. Toutes les pièces sont rigides et la plus petite bulle d'air a été soigneusement expulsée.

§ 13. — Les gouttes ont alors l'aspect décrit dans le Chapitre I. Quand une petite goutte se détache, le pédoncule qui la rattache à l'orifice s'amincit et se coupe. La goutte tombe, mais elle laisse à l'orifice d'écoulement un ménisque très bombé (de poids d'ailleurs négligeable), qui grossit rapidement et qui devient la goutte suivante. Autrement dit, dès qu'une goutte tombe, la goutte suivante perle.

§ 14. — Au contraire, si la chambre A renferme une bulle d'air, ou si elle communique avec le robinet par un tube de caoutchouc, on constate qu'après la chute d'une goutte, la suivante ne se montre pas tout de suite. Il faut attendre un temps θ_1 . Brusquement, la goutte perle; en un temps inappréciable à l'œil, elle a presque atteint sa

(1) Il faut absolument éviter que la cire pénètre dans le trou.

grosseur définitive; elle grossit ensuite lentement pendant une seconde période θ_2 , puis elle tombe.

Ordre de grandeur du phénomène :

Avec des gouttes de 5^{ms} environ (et un débit de 900^{ms} à l'heure), une *bulle d'air* de 0^{cm}³,₂ produit une période d'attente $\theta_1 = 11^s, 5$; la période de groupement lent est $\theta_2 = 8^s, 5$.

§ 15. — Plus le volume de la bulle d'air est grand, plus la période d'attente θ_1 est longue et plus la goutte perle brusquement au bout de cette période d'attente.

Et même, si le volume de la bulle d'air dépasse une certaine valeur, le liquide sort avec tant de violence au bout du temps θ_1 , qu'il s'échappe en un jet de faible durée.

§ 16. EXPLICATION DU PHÉNOMÈNE. — La formation d'une goutte à un orifice non mouillé de rayon r débute par la formation d'un très petit mamelon, qui, d'abord plat, devient progressivement hémisphérique et de rayon r . Son volume est négligeable; mais, pendant sa formation, la pression capillaire augmente et atteint son maximum $\Phi = \frac{2T}{r}$ avant que l'on puisse apercevoir la goutte.

Le robinet envoie de l'eau dans la chambre A (qui porte l'orifice); les corps élastiques qui y sont contenus se compriment jusqu'à ce que la pression devienne Φ ; c'est la période θ_1 . Dès que la pression dépasse Φ , le renflement grossit, son rayon de courbure augmente, la pression capillaire diminue très vite; les corps élastiques qui étaient comprimés dans A se détendent rapidement et la goutte perle en un temps très court: c'est la rupture d'un équilibre instable. La période θ_1 doit donc être proportionnelle au volume du corps élastique enfermé dans A. C'est bien ce que l'expérience montre.

Si la bulle d'air est enfermée dans un tube de verre communiquant avec A, on voit très bien dans ce tube l'augmentation progressive de la pression jusqu'au maxi-

mun Φ et la détente brusque de l'air qui fait jaillir le liquide de l'orifice.

§ 17. — La goutte, ayant grossi pendant le temps θ_2 jusqu'à avoir son rayon maximum R , se détache à la façon ordinaire. Mais le ménisque très bombé qu'elle laisse derrière elle à l'orifice d'écoulement s'aplatit aussitôt ⁽¹⁾, jusqu'à avoir R pour rayon de courbure; en effet, la pression dans la chambre A est, au moment du détachement, $\varepsilon = \frac{2T}{R}$, valeur petite.

Le robinet envoyant sans cesse (mais toujours très lentement) de l'eau, les phénomènes décrits ci-dessus se reproduisent dans le même ordre.

§ 18. APPLICATIONS. — Au lieu d'employer, comme corps élastique, quelques dixièmes de centimètre cube d'air, on peut employer quelques litres (2 à 4) d'un liquide enfermé dans un récipient épais en communication avec A . On mesure la période d'attente θ_1 ; sans toucher au robinet, on détermine le volume d'air v qui donne la même valeur de θ_1 que le volume V du liquide employé. Ces volumes V et v subissent donc la même diminution de volume Δv pour la variation de pression employée. On a donc le rapport des compressibilités apparentes de l'air et du liquide. On en déduit bien simplement la compressibilité du liquide. *On n'a pas à mesurer la diminution de volume Δv , comme dans les méthodes employées jusqu'ici pour l'étude de la compressibilité. On mesure le volume beaucoup plus grand v .*

En plaçant successivement dans le même récipient plusieurs liquides, on a les différences de leurs compressibilités vraies ⁽²⁾.

En plaçant un liquide de compressibilité connue dans

⁽¹⁾ En un temps beaucoup trop court pour pouvoir être apprécié.

⁽²⁾ Les coefficients de compressibilité des solides peuvent être mesurés par le même procédé.

une enveloppe solide, on trouve ainsi le coefficient d'élasticité de cette enveloppe.

Cette méthode ne met en jeu que des variations de pression de quelques centimètres d'eau. Elle convient particulièrement à la mesure des coefficients d'élasticité des enveloppes minces et fragiles, et à celles qui présentent des déformations permanentes. Elle donne la valeur vraie du coefficient d'élasticité, c'est-à-dire la dérivée du volume par rapport à la pression. Sa sensibilité est réglable à volonté. On augmente la précision en prenant des orifices étroits et en serrant le robinet de façon à avoir pour θ , des valeurs de l'ordre de la minute.

Je pense que cette méthode donnerait de bons résultats pour l'étude du point critique de certains corps, la compressibilité isotherme étant infinie au point critique.

L'étude de cette propriété des petites gouttes peut trouver place dans ce travail sur la capillarité et forme l'objet du présent Chapitre. J'y ai joint deux applications à la compressibilité, me réservant de publier dans un Mémoire consacré à la compressibilité plusieurs autres séries de mesures.

§ 19. — Avant de décrire les expériences, je m'occuperai de la question suivante :

La compression est-elle isotherme ou adiabatique?

La compression, qui est toujours lente, est isotherme dans le cas d'une bulle d'air enfermée dans un tube capillaire en verre épais.

Dans le cas de l'eau à 4°, il n'y a pas à distinguer la compression isotherme et la compression adiabatique, une variation de pression ne produisant pas d'effet thermique.

L'échauffement d'un fluide par compression adiabatique est donné par la formule (1) $\Delta t = \frac{(2,7^3 + t)x}{\rho_0 JC} \Delta \varphi$.

(1) S. W. THOMSON, *Proc. Roy. Soc.*, 1857, p. 566.

t température centigrade ;

Δt échauffement ;

Δp variation de pression ;

ρ_0 densité du fluide ;

J équivalent mécanique de la calorie ;

C chaleur spécifique sous pression constante ;

α coefficient de dilatation sous pression constante.

Soient :

k_1 le coefficient de compressibilité adiabatique ;

k_2 » » isotherme.

$$\text{On a } k_1 = k_2 - \frac{(273 + t) \alpha^2}{\rho_0 J C}.$$

Le coefficient de dilatation α est très petit et intervient par son carré. La différence $k_1 - k_2$ est très petite et négligeable devant k_1 .

Ainsi, pour l'eau à 0° , l'erreur relative commise en confondant les deux coefficients de compressibilité est environ $\frac{1}{2000}$.

§ 20. PREMIÈRE SÉRIE DE RECHERCHES. — VALEUR DE θ_1 .

— Le raisonnement fait plus haut (§ 16) suppose que la formation du petit mamelon bombé à l'orifice d'écoulement ne demande qu'une quantité de liquide $\frac{2}{3} \pi r^3$ négligeable devant la variation de volume Δv du corps élastique.

Pour un orifice de $0^{\text{mm}},1$ de rayon, $\frac{2}{3} \pi r^3 = 0^{\text{mm}^3},002$.

Il faudra donc avoir Δv de l'ordre du millimètre cube.

La variation de pression $\frac{2T}{r} - \frac{2T}{R}$ correspondant à cet orifice est environ 16^{cm} d'eau, soit $\frac{1}{64}$ d'atmosphère.

Le volume v d'air qui subit une diminution de 1^{mm^3} , en passant de la pression atmosphérique H_0 à la pression $H_0 \left(1 + \frac{1}{64}\right)$, est 65^{mm^3} .

Le volume d'eau qui subit la même diminution pour cette même variation de pression est $1^{\text{l}},4$ environ.

C'est sur des volumes au moins aussi grands que l'on doit opérer. D'ailleurs, on a alors de longues périodes d'attente mesurables avec plus de précision.

En négligeant le volume d'eau qui forme le petit mamelon, on peut écrire que la quantité d'eau envoyée pendant le temps dt par le robinet est égale à la diminution de volume du corps élastique.

§ 21. CAS DE L'AIR. — L'air est enfermé dans un tube horizontal communiquant avec la chambre A. Le volume de la bulle est v . La pression de l'air de la bulle est $H = B + \varphi - f$.

B , pression atmosphérique augmentée de la pression fixe résultant de la différence de niveau entre l'orifice d'écoulement et le tube à air;

φ , pression capillaire développée à l'orifice d'écoulement;
 f , tension maxima de la vapeur d'eau (l'air de la bulle est saturé).

Soit v_0 le volume de la bulle mesuré au moment où la pression barométrique est H_0 . On a, puisque la température est constante, $v(B + \varphi - f) = v_0(H_0 - f)$.

Pendant le temps dt , la pression capillaire augmente de $d\varphi$. Le volume v diminue. La valeur de cette diminution est $-dv = \frac{v_0(H_0 - f) d\varphi}{(B + \varphi - f)^2}$.

D'autre part :

Soit h la différence de niveau entre l'eau du réservoir et l'orifice d'écoulement. Pendant le temps dt , le robinet envoie dans la chambre A un volume d'eau égal à $\rho(h - \varphi) dt$ (où ρ est une constante qui caractérise le degré d'ouverture du robinet). Ce volume est égal à dv .

$$\rho(h - \varphi) dt = \frac{v_0(H_0 - f) d\varphi}{(B + \varphi - f)^2}.$$

Dans toutes mes expériences, h restait très grand devant φ . L'erreur commise en remplaçant (dans cette

dernière formule) φ par sa valeur moyenne était insignifiante.

Il est facile de trouver cette valeur moyenne et d'intégrer l'équation.

À l'origine du temps (moment du détachement d'une goutte), le ménisque a pour courbure R , rayon maximum d'une goutte. La pression φ a pour valeur $\varepsilon = \frac{2T}{R}$.

Au temps θ_1 , la pression φ atteint son maximum $\Phi = \frac{2T}{r}$, et la goutte perle.

La valeur moyenne de φ est $\frac{\Phi + \varepsilon}{2}$. D'où la formule

$$(I) \quad \varphi \left(h - \frac{\Phi + \varepsilon}{2} \right) \theta_1 = \frac{v_0 (H_0 - f) (\Phi - \varepsilon)}{\left(B + \frac{\Phi + \varepsilon}{2} - f \right)^2}.$$

Il n'y a d'ailleurs aucune difficulté à établir la formule exacte que l'on aura à employer si h est petit :

$$\frac{\rho (B + h - f)^2 \theta_1}{v_0 (H_0 - f)} = \frac{(h + B - f)(\Phi - \varepsilon)}{(\Phi + B - f)(\varepsilon + B - f)} + \log \text{nép} \frac{(\Phi + B - f)(h - \varepsilon)}{(\varepsilon + B - f)(h - \Phi)}.$$

Si la masse d'air était divisée en petites bulles, il faudrait faire intervenir la pression capillaire de ces petites bulles.

§ 22. EXPÉRIENCES. — Quand le volume d'air enfermé v_0 est seul variable, θ_1 est proportionnel à v_0 . Les premières expériences avaient pour but de vérifier cette relation de proportionnalité.

L'air était enfermé dans un tube de verre épais et soigneusement jaugé. Les tubes employés avaient un diamètre intérieur de 2^{mm} à 4^{mm}; ils portaient à chacune de leurs extrémités un très bon robinet à large voie. Ils étaient très bien nettoyés. J'enfermais un volume d'air connu v_0 dans un de ces tubes, que je raccordais sans intermédiaire à la chambre A.

La valeur de θ_1 était mesurée à l'aide d'un chronomètre à pointage, et dans chaque cas une dizaine de fois. Les lectures différaient entre elles de $\frac{1}{10}$ ou $\frac{2}{10}$ de seconde au plus (pourvu que l'eau ait été bien filtrée et qu'il n'y ait pas de trépidations).

Les compressions et les détentes déplacent le ménisque, mais ne changent pas beaucoup sa courbure si le tube a été bien nettoyé. (Sans cette précaution, le ménisque s'aplatirait au lieu d'avancer, et se creuserait au lieu de se reculer; et la variation de pression capillaire ainsi produite atteindrait 1^{cm} d'eau pour des tubes de 3^{mm} de diamètre; elle ne serait pas négligeable devant la variation de pression employée, qui a rarement dépassé 20^{cm} d'eau.)

La vérification de la relation de proportionnalité entre θ_1 et v_0 s'est bien faite.

Exemples.

	Poids des gouttes (en milligr.) pour $v = 0$.	Volume v_0 d'air (en mm ³).	θ_1 (en secondes).	$\frac{\theta_1}{v_0}$.
Première expérience. }	4,845	500	7,65	0,0153
		340	5,3	155
		185	2,9	156
Deuxième expérience. }	7,75	470	24,4	0,0519
		420	21,7	516
		340	17,6	517
		226	11,6	513
		80	4,15	519
Troisième expérience. }	7,80	500	33,4	0,0668
		400	26,8	670
		300	20,1	670
		100	6,8	680

On voit que dans chaque cas $\frac{\theta_1}{v_0} = \text{const.}$, à 1 pour 100 près environ, sauf pour les valeurs trop petites de θ_1 .

§ 23. EXPÉRIENCES SUR LES CORPS PEU COMPRESSIBLES.

— Je me suis servi pour ces expériences d'un gros piézomètre cylindrique en acier. L'épaisseur des parois, du couvercle et du fond est uniformément 15^{mm}.

Diamètre intérieur.....	12 ^{cm}
Profondeur.....	34 ^{cm}
Capacité.....	3860 ^{cm} ³

Le fond est vissé et soudé. Le couvercle s'ajuste à vis; il porte un orifice rodé.

La pièce ayant été chauffée à 100°, j'y faisais le vide par cet orifice, tout en inondant le couvercle de mastic des baromètres (sorte de résine qui, déjà molle à 40°, est assez liquide à 100° et adhère avec énergie sur les métaux quand elle est refroidie). Cet enduit pénètre ainsi par les plus petites fuites que pourrait présenter la fermeture à vis et les obture parfaitement.

Après avoir fait un vide rigoureux dans le vase d'acier, j'y laissais arriver un mince filet d'eau par un tube plongeant dans de l'eau distillée en pleine ébullition depuis plusieurs heures. La pompe fonctionnait pendant tout le remplissage, qui durait une demi-journée. J'espère être arrivé ainsi à remplir le récipient d'eau ne renfermant plus que d'insignifiantes traces de gaz.

Le piézomètre d'acier était entièrement immergé dans une cuve d'eau installée à la cave sur une table de pierre inébranlable.

L'orifice du couvercle, tourné vers le haut, se raccordait avec l'une des branches d'un gros robinet à trois voies en verre épais et tout à fait sans fuites.

La deuxième branche de ce robinet communiquait avec un tube horizontal à air et la troisième avec la chambre A portant l'orifice d'écoulement.

Comme dans les expériences précédentes, la chambre A recevait par l'intermédiaire du pointeau à vis différen-

tielle l'eau d'un réservoir placé à $4^m, 25$ au-dessus ⁽¹⁾.

La pression capillaire maximum développée par les gouttes en formation à l'orifice était $18^{\text{cm}}, 5$ d'eau.

J'ai d'abord cherché le volume d'air équivalant au piézomètre plein d'eau. J'ai placé dans le tube à air 210^{mm^3} d'air mesurés sous la pression $H_0 = 1018^{\text{cm}}$ d'eau à la température de $18^{\circ}, 05$. Je tournais le robinet à trois voies de façon à mettre la chambre A alternativement en communication avec le piézomètre et avec le tube à air.

$$\text{Valeurs de } \theta_1 \left\{ \begin{array}{ll} \text{pour le piézomètre.....} & 11^{\text{s}}, 6 \\ \text{pour le tube à air.....} & 11^{\text{s}}, 3 \end{array} \right.$$

J'ai ensuite introduit dans le piézomètre, au moyen d'un entonnoir capillaire, 2^1 de mercure, en opérant sous l'eau de façon à ne laisser entrer aucune bulle d'air. 2^1 d'eau ayant été ainsi remplacés par 2^1 de mercure, j'ai mesuré θ_1 (le robinet à pointeau ayant été un peu plus serré).

$$\text{Valeurs de } \theta_1 \left\{ \begin{array}{ll} \text{pour le piézomètre.....} & 9^{\text{s}}, 2 \\ \text{pour le tube à air.....} & 15^{\text{s}}, 0 \end{array} \right.$$

Il est facile de déduire de ces chiffres la différence des coefficients de compressibilité de l'eau et du mercure, et le coefficient d'élasticité du vase d'acier.

Soient :

E la capacité du piézomètre ;

M le volume du mercure ;

(E — M) le volume de l'eau ;

ξ le coefficient d'élasticité du piézomètre ;

μ le coefficient de compressibilité du mercure ;

η le coefficient de compressibilité de l'eau.

(1) L'artifice de la grande hauteur d'eau avec robinet très serré rappelle la méthode employée par M. Bouty (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 6^e série, t. III, p. 433) pour rendre l'intensité d'un courant indépendante de l'effet de la polarisation : on emploie une grande force électromotrice et une grande résistance.

Dans les limites où varient les pressions employées, ξ , μ et η restent constants.

Pendant le temps dt , la pression capillaire augmente de $d\varphi$.

L'augmentation de capacité du piézomètre est $E\xi d\varphi$;

La diminution de volume du mercure est $M\mu d\varphi$;

La diminution de volume de l'eau est $(E - M)\eta d\varphi$;

La somme de ces trois quantités est

$$dv = [E(\xi + \eta) - M(\eta - \mu)] d\varphi.$$

D'autre part :

Pendant le temps dt , le robinet envoie dans la chambre A un volume d'eau égal à $\rho(h - \varphi) dt$. Ce volume est égal à dv .

$$\rho(h - \varphi) dt = [E(\xi + \eta) - M(\eta - \mu)] d\varphi.$$

Comme dans le cas de l'air, on peut, sans erreur appréciable, remplacer φ par sa valeur moyenne $\frac{\Phi + \varepsilon}{2}$. On a donc

$$(II) \quad \rho \left(h - \frac{\Phi + \varepsilon}{2} \right) \theta_1 = [E(\xi + \eta) - M(\eta - \mu)] (\Phi - \varepsilon).$$

La formule exacte est, du reste, facile à établir. On trouve

$$\rho \theta_1 = [E(\xi + \eta) - M(\eta - \mu)] \log n \rho \frac{h - \varepsilon}{h - \Phi}.$$

Les quantités à mesurer sont, outre les valeurs de θ_1 :

1° La pression B, somme de la pression barométrique évaluée en centimètres d'eau et de la différence de niveau entre l'orifice d'écoulement et le tube à air.

2° La pression capillaire maximum $\Phi = \frac{2T}{r}$. Je l'ai mesurée en centimètres d'eau en faisant communiquer la chambre A avec un large tube vertical où l'eau s'élève progressivement. Les gouttes ne s'échappent de l'orifice qu'au moment où le niveau de l'eau dans le tube est élevé

à la hauteur Φ (voir Chap. I, § 10, note). Cette hauteur est mesurée avec un petit cathétomètre.

3° La pression capillaire minimum $\varepsilon = \frac{2T}{R}$; T est la tension superficielle de l'eau*. Je mesurais (au moyen d'un microscope micrométrique de 45^{mm} de distance frontale) le rayon R des gouttes sur le point de se détacher. J'ai aussi déduit R du poids des gouttes supposées sphériques.

4° La différence de niveau h entre l'orifice d'écoulement et la surface libre dans le réservoir supérieur. Cette hauteur était 4^m,25 environ. Pour la mesurer, j'avais placé un gros manomètre à mercure immédiatement avant le robinet.

	Pressions	
	en centimètres d'eau.	en C. G. S.
h	424,8	$424,8 \times g$
Φ	18,5	$18,5 \times g$
ε	1,6	etc.
B	1020	
H_0	1018	
f	21	
v_0		0 ^{cm} 3,210

Première mesure. — Piézomètre plein d'eau.

θ_1	11 ^s ,6
E	3860 ^{cm} 3
M	0

La formule (II) donne

$$(1) \quad 3860 (\xi + \eta) = \rho \frac{424,8 - 10,05}{16,9} \times 11,6.$$

Deuxième mesure. — Tube à air. $\theta_1 = 11^s, 3$. ρ n'a pas changé. La formule (I) donne

$$(2) \quad \frac{(0,21)(1018 - 21)(16,9)}{(1020 + 10,05 - 21)^2} = \rho (424,8 - 10,05) g \times 11,3.$$

En divisant membre à membre les équations (1) et (2) on a la valeur de $\xi + \eta$:

$$\xi + \eta = 5,57 \times 10^{-11} \text{ C. G. S.}$$

Troisième mesure. — Piézomètre (eau et mercure).

θ_1	9 ^s ,2
E.....	3860 ^{cm} ³
M.....	2000 ^{cm} ³

La formule (II) donne

$$(3) \quad 3860(\xi + \eta) - 2000(\eta - \mu) = \rho' \frac{424,8 - 10,05}{16,9} \times 9,2.$$

Quatrième mesure. — Tube à air. $\theta_1 = 15^s$. ρ' est le même que dans la troisième mesure. La formule (I) donne

$$(4) \quad \frac{(0,21)(1018 - 21)(16,9)}{(1020 + 10,05 - 21)^2} = \rho'(424,8 - 10,05) g \times 15.$$

En divisant membre à membre les équations (3) et (4) on élimine ρ' . On connaît $\xi + \eta$. On a la valeur de $\eta - \mu$:

$$\eta - \mu = 4,33 \times 10^{-11} \text{ C. G. S.}$$

Or $\mu = 0,39 \times 10^{-11} \text{ C. G. S.}$ (d'après M. Amagat, *Annales de Chim. et de Phys.*, t. XXII, 1891).

Il en résulte les valeurs suivantes :

Coefficient de compressibilité C. G. S. de

$$\text{l'eau à } 18^{\circ},05 \dots \dots \dots \eta = 4,72 \times 10^{-11}$$

$$\text{Coefficient d'élasticité du piézomètre... } \xi = 0,85 \times 10^{-11}$$

§ 24. COMPARAISON AVEC LES RÉSULTATS ANTÉRIEURS.

— Un grand nombre de physiciens ont mesuré le coefficient de compressibilité de l'eau (on trouvera une liste détaillée des indications bibliographiques dans les Tables de Landolt). Les résultats sont assez discordants.

En C. G. S.

$10^{11} \eta = 4,54$	à $17^{\circ}, 18$	(Schumann).
$4,62$	à 18°	(Röntgen).
$4,56$	à 18°	(Grassi, méthode de Regnault).
$4,51$	à 15°	(Jamin, Amaury et Descamps).
$4,59$	à 18°	(Pagliani et Vincentini pour une compression de 5^{atm}).
$4,23$	à $17^{\circ}, 6$	(Amagat, <i>Comptes rendus</i> , t. CIII, 1886, p. 432, pour une compression de 242^{atm}).
$4,86$	à $8^{\circ}, 1$,	valeur déduite de la vitesse du son dans l'eau (1435^{m} par seconde, d'après Colladon et Sturm).

Le coefficient de compressibilité décroît avec la pression (Colladon et Sturm). Il tombe à la moitié de sa valeur pour une pression de 3000^{atm} (Amagat, *loc. cit.*, et aussi *Comptes rendus*, 1893, p. 43).

Le nombre $4,72 \times 10^{-11}$ C. G. S. donné par la méthode capillaire est plus grand que les nombres antérieurement trouvés pour des compressions plus fortes et se rapproche du nombre déduit de la vitesse du son.

§ 25. DEGRÉ DE PRÉCISION. — Dans ces mesures, comme dans toutes les mesures de compressibilité, il est extrêmement difficile de se rendre compte du degré de précision obtenu. Les quantités qu'on a besoin de connaître avec le plus de précision sont les périodes d'attente θ_1 . L'erreur absolue est $0^{\text{s}}, 1$ au moins; mais j'ai toujours commis cette erreur dans le même sens : je pointais un peu après l'apparition soudaine de la goutte.

L'erreur relative décroît à mesure que l'on augmente la valeur de θ_1 . On la rendrait très petite en serrant beaucoup le robinet.

Les pressions qui figurent dans les formules n'ont pas besoin d'être connues avec précision. Leur mesure étant faite au $\frac{1}{1000}$ près en général, l'erreur ainsi produite était insignifiante. La mesure du volume d'air v_0 pouvait être entachée d'une erreur de $\frac{1}{200}$.

L'influence des variations de température est très petite (*voir* § 28); je me suis préoccupé d'éliminer les variations rapides qui, seules, auraient pu troubler les mesures. Dans ma cave à murs épais, éclairée par des lampes électriques, la variation de température dans le voisinage des appareils était $0^{\circ},1$ à $0^{\circ},2$ par heure. La température variait beaucoup moins et surtout beaucoup plus lentement dans la grande cuve d'eau qui renfermait le piézomètre.

Restent des causes d'erreur accidentelles impossibles à évaluer : petites fuites, traces d'air dans l'eau du piézomètre, variations capricieuses de la tension superficielle de l'eau par suite d'impuretés apportées par l'air malgré l'étroitesse de l'orifice, etc.

Je pense avoir obtenu dans l'expérience ci-dessus les valeurs des différences des coefficients de compressibilité au plus au $\frac{1}{100}$ près.

Ces valeurs concordent avec celles qui sont admises aujourd'hui.

Je crois donc avoir démontré que l'étude de cette propriété des petites gouttes conduit à une méthode de mesure des compressibilités (¹).

§ 26. DEUXIÈME SÉRIE DE RECHERCHES. VALEUR DE θ_2 . — θ_2 est l'intervalle de temps qui s'écoule entre l'apparition brusque d'une goutte et sa chute.

Pendant la période d'attente θ_1 , le volume du corps

(¹) On pourrait en faire d'autres applications. Par exemple, en plaçant l'un à côté de l'autre deux orifices, ils fonctionneront simultanément s'ils sont de diamètres rigoureusement égaux. On vérifie ainsi par un procédé très sensible l'égalité des diamètres des bases de raccordement des gouttes.

Autre application : un orifice non mouillé où se forment les gouttes est une sorte de soupape d'où le liquide jaillit si la pression atteint une valeur déterminée.

On peut empêcher ainsi la pression de dépasser une certaine valeur et compter combien de fois par heure ou par minute elle tend à la dépasser. Etc.

élastique avait diminué de Δv ; le volume d'eau qui jaillit brusquement de l'orifice au bout de cette période est sensiblement Δv . Il peut se présenter trois cas suivant que Δv est inférieur, égal ou supérieur au volume G de la goutte.

Premier cas. — Si $\Delta v > G$ (ce qui arrive pour un orifice étroit et un corps élastique de grand volume), il s'échappe de l'orifice, au bout du temps θ_1 , une quantité de liquide supérieure au volume d'une goutte. La fraction de goutte qui peut rester à l'orifice achève de grossir et tombe.

Deuxième cas, $\Delta v < G$. — Si v n'est pas trop grand, le volume Δv ne jaillit pas trop brusquement et ne tombe pas; la goutte grossit lentement pendant la période θ_2 , puis elle tombe.

Si l'on fait croître le volume v du corps élastique, θ_2 décroît, mais un peu moins vite que θ_1 ne croît, en sorte que la somme $\theta = \theta_1 + \theta_2$ est lentement croissante. Exemple (poids des gouttes, $7^{\text{mg}}, 8$) :

		Volume d'air.			
		v .	θ_1 .	θ_2 .	θ .
		cm ³	s	s	s
On ne touche pas au robinet.	{	0	0	41	41
		0,100	6,8	34,5	41,3
		0,300	20,1	25	45,1
		0,400	26,8	19,8	46,6
		0,500	33,4	15,5	48,9

(on peut réduire θ_2 à une fraction de seconde).

Si le volume du corps élastique dépasse une certaine valeur W , le liquide jaillit si brusquement de l'orifice au bout du temps θ_1 qu'une certaine quantité de liquide s'échappe sous forme de jet (toujours pour $\Delta v < G$). Il faut alors attendre plus longtemps pour que la goutte ait pris son volume maximum et se détache. θ_2 augmente.

W est assez petit pour les gouttes issues d'un orifice percé dans une paroi enfumée.

W est beaucoup plus grand pour les gouttes qui s'échappent d'un tube étiré, à cause de la résistance du tube, qui réduit la vitesse de sortie; d'ailleurs, θ_1 est changé. Il augmente avec la longueur de ce tube et la *viscosité du liquide*.

§ 27. POIDS DES GOUTTES INFLUENCÉES PAR UN CORPS ÉLASTIQUE. — La goutte grossit pendant la période θ_2 . Si θ_2 diminue, le poids P de la goutte diminue. Exemple :

θ_1 .	θ_2 .	P.
s	s	mg
0	5,42	4,845
1,8	3,8	4,836
2,5	3,2	4,828

§ 28. INFLUENCE DES VARIATIONS DE TEMPÉRATURE. — L'un des avantages de la méthode décrite dans ce Chapitre est que l'on n'a guère à se préoccuper des variations de température.

Les variations de pression employées sont trop faibles pour produire une variation thermique appréciable.

Si le liquide employé comme corps élastique n'est pas à une température rigoureusement constante, s'il se dilate lentement par exemple, le débit est légèrement augmenté. Mais, la mesure du facteur ρ qui caractérise le débit étant faite de temps en temps, il n'y a pas d'erreurs de ce côté ⁽¹⁾. *On ne mesure la température qu'à titre de renseignement.*

§ 29. INFLUENCE DES FUITES. — Dans toutes ces expériences, on doit éviter les fuites, qui pourraient faire apparaître les deux périodes dans la formation des gouttes sans qu'un corps élastique intervienne. Les expériences

(¹) Et même on peut se dispenser de la mesure de ρ . 1° Une lente dilatation du liquide augmente un peu le débit et diminue θ_1 et θ_2 ; $\frac{\theta_1}{\theta_2}$ ne change pas pour cela. 2° On peut chercher le volume d'air équivalent sans se préoccuper de la variation de température.

suivantes montrent dans quels cas cette influence se manifeste.

Première expérience. — La chambre A qui porte l'orifice d'écoulement communique par un tube très fin avec un réservoir placé à une grande hauteur. Elle communique au moyen d'un robinet J avec un tube capillaire vertical E ouvert par le haut; l'eau s'y élève progressivement jusqu'à un niveau assez élevé pour que la pression dans A devienne la pression capillaire maximum Φ . La goutte perle à ce moment et le niveau baisse dans E. La goutte tombe quelques instants après. La goutte suivante ne se montre pas tout de suite; le niveau remonte dans E; une goutte perle, et ainsi de suite. L'expérience ne réussit que pour une ouverture convenable du robinet J.

Deuxième expérience. — Même dispositif, sauf que le tube E est très large au lieu d'être capillaire.

On sait que la pression capillaire développée par la goutte passe par un maximum $\Phi = \frac{2T}{r}$ et un minimum $\varepsilon = \frac{2T}{R}$. Comptons Φ et ε en centimètres d'eau. Considérons deux plans horizontaux situés à des distances Φ et ε au-dessus du niveau de l'orifice d'écoulement.

Supposons que le niveau dans le tube E soit compris entre ces deux plans.

Alors, pour une ouverture convenable du robinet J, les deux périodes θ_1 et θ_2 apparaissent ⁽¹⁾.

(¹) *Explication.* — Si J est grand ouvert, l'eau arrivant du réservoir supérieur va dans le tube E et tend à y élever le niveau. La goutte ne perle pas, la pression d'eau produite par E étant inférieure à Φ .

Si l'on ferme progressivement J, la quantité d'eau envoyée par seconde par le réservoir supérieur peut devenir un peu plus grande que celle qui entre dans E. Le petit mamelon se forme à l'orifice d'écoulement; la goutte perle, la pression capillaire φ baisse. Dès que φ est inférieure à la pression produite par E, le tube E alimente la goutte, qui grossit rapidement et tombe. La pression dans A ne redevient supérieure à Φ qu'au bout d'un certain temps, et les mêmes phénomènes se reproduisent.

Donc, si la chambre A ou une cavité voisine vient accidentellement à communiquer avec un tube ou une autre cavité, il peut se faire que les deux périodes θ_1 et θ_2 apparaissent. Il faut donc éviter toute fuite.

§ 30. EMPLOI DES GOUTTES DE MERCURE. — Sous l'influence d'un corps élastique, les gouttes de mercure donnent, comme les gouttes d'eau, deux périodes θ_1 et θ_2 .

Pour un même orifice et un même débit, la valeur de θ_1 est environ six fois plus grande pour le mercure que pour l'eau. La sensibilité est si grande, que l'expérience est difficile à faire. De plus, si l'on se sert pour faire écouler les gouttes d'un tube de verre étiré (¹), on constate qu'après la chute d'une goutte, le ménisque remonte dans le tube d'une quantité proportionnelle au volume v du corps élastique influençant. Le ménisque revient à l'orifice pendant le temps θ_1 ; la goutte perle alors tout d'un coup, grossit lentement (période θ_2), puis tombe. La mesure de l'ascension du ménisque pourrait, dans les applications, remplacer celle de θ_1 .

NOTE.

Gouttes liquides sécrétées par les insectes. — Certains pucerons (les Aphides) sécrètent goutte à goutte un liquide sucré (la rosée de miel), très recherché par les petites fourmis brunes des jardins. Si l'on observe un de ces insectes, on constate qu'après la chute d'une goutte sucrée, la suivante ne se montre qu'après une période d'attente θ_1 . Elle perle brusquement, puis grossit lentement avant de se détacher.

Ce phénomène ne s'expliquerait-il pas d'après ce qu'on vient de voir dans ce Chapitre? La sécrétion du liquide sucré est continue; le ventre de l'Aphide est élastique; il se gonfle jusqu'à ce que la pression soit devenue égale à la pression capillaire maximum développée à l'orifice; il y a alors jaillissement brusque du liquide.

(¹) L'appareil ressemble à un électromètre capillaire de M. Lippmann, mis en court-circuit pour éviter tout phénomène électrique.

CHAPITRE III.

Contact de l'eau avec les surfaces enfumées.

Avant d'étudier d'autres phénomènes présentés par les petites gouttes, j'indiquerai dans ce Chapitre les principales propriétés des surfaces enfumées, dont on a vu l'emploi pour la formation régulière des petites gouttes et dont il sera constamment question dans la suite.

§ 31. — On peut distinguer, au point de vue des propriétés capillaires de l'eau, trois espèces de surfaces solides :

- 1° Les surfaces mouillées ;
- 2° Les surfaces touchées, mais non mouillées ;
- 3° Les surfaces non touchées.

1° *Surfaces mouillées.* — C'est le cas du verre qui vient d'être parfaitement nettoyé par un chauffage au rouge. Une goutte d'eau posée sur une telle surface s'y étale en couche très mince. L'angle de raccordement est 180° . Il a une valeur un peu moindre si le verre n'est pas rigoureusement propre. Si une telle surface se déplace dans l'eau en restant dans la même figure géométrique, la vitesse tangentielle de la couche d'eau voisine de la surface est exactement égale à la vitesse de la surface. *Le glissement à la paroi est nul* (Whetham, *Proc. Roy. Soc.*, 1890).

2° *Surfaces touchées, mais non mouillées.* — C'est le cas d'un solide enduit de cire, de suif, de paraffine, de vaseline, etc. Une goutte d'eau déposée sur une telle surface prend une forme très ramassée. L'angle de raccordement est aigu, comme dans le cas du mercure sur le verre. Cet angle est variable. Si, par exemple, on dépose sur une surface horizontale enduite de cire une large goutte d'eau, on peut, en ajoutant progressivement de l'eau, rendre l'angle de raccordement aigu et voisin de 75° .

Si l'on enlève lentement de l'eau par un tube fin plongé dans la goutte, celle-ci garde la même surface de contact avec le plan, et l'angle de raccordement augmente, devient obtus et voisin de 140° . Ces chiffres sont d'ailleurs variables : ils dépendent du temps pendant lequel la surface est restée exposée à l'air et à l'humidité.

Si l'on incline le plan, l'angle de raccordement devient aigu à la partie la plus basse et obtus à la partie la plus haute. Si l'inclinaison du plan augmente, la goutte *roule* sur la surface. Tout point de la goutte voisin de la surface a une vitesse nulle.

Sur ces surfaces, comme sur les surfaces mouillées, le glissement à la paroi est nul.

3° *Surfaces non touchées.* — C'est le cas des surfaces suivantes :

1° Métal poli enduit d'un peu de cire et recouvert soit de noir de fumée, soit d'anhydride arsénieux ;

2° Surface polie enduite de cire, de paraffine, de suif, etc., et recouverte de poudre de lycopode ;

3° Verre huilé saupoudré de talc ;

4° Feuilles de diverses plantes.

L'eau ne mouille pas du tout une telle surface et ne touche que les sommets des très petites aspérités dont elle est hérissée. On aperçoit entre la goutte et le plan une couche d'air interposée qui produit la réflexion totale de la lumière. L'angle de raccordement est nul, comme dans le cas de la caléfaction. La goutte *roule* sans aucun frottement pour la plus petite inclinaison du plan.

De toutes ces surfaces, les meilleures sont les surfaces métalliques polies, enduites de cire et enfumées. On chauffe la plaque, on la frotte avec un tampon de coton imbibé d'une solution filtrée de cire dans la benzine, on laisse refroidir. On enfume ensuite la plaque en plusieurs fois en la passant vivement dans la flamme d'une lampe à pétrole à mèche large et plate. Il ne faut enfumer ni

dans la partie supérieure de la flamme (le noir ne tiendrait pas), ni dans la partie inférieure. Il faut éviter l'échauffement de la plaque : on ne doit pas voir fondre la cire. Au bout de quelques jours, on plonge la plaque dans une cuvette d'eau. On ne réussit l'opération qu'après quelques tâtonnements ⁽¹⁾.

Une plaque ainsi préparée peut recevoir, sans être altérée, le choc de plusieurs milliers de gouttes de 0^g,01, tombant toujours sur le même point d'une hauteur de 10^{cm} (la plaque doit être un peu inclinée).

La cire a pour rôle de fixer le noir de fumée, que l'eau enlèverait très facilement. Mais, si la cire a fondu et a englobé le noir de fumée de façon à faire une sorte de vernis, l'angle de raccordement de l'eau devient très grand; on est dans le deuxième cas dont il a été question ci-dessus : la surface est touchée par l'eau.

Si la plaque enfumée n'a pas été lavée, les premières gouttes qu'on y dépose s'entourent rapidement d'un voile de noir de fumée qui exécute à sa surface des mouvements très vifs.

Anhydride arsénieux. — On peut remplacer le noir de fumée par l'anhydride arsénieux. On prépare de l'hydrogène arsénié, on le fait brûler et l'on promène la plaque au-dessus de la flamme dans la région où l'on recueille, non l'arsenic, mais l'anhydride. Les enduits d'anhydride arsénieux bien faits valent ceux de noir de fumée.

L'anhydride antimonieux déposé de la flamme de l'hydrogène antimonié ne convient pas : il est mouillé.

Lycopode. — Une surface graissée, paraffinée, etc., et couverte de poudre de lycopode, n'est pas non plus touchée par l'eau. Mais, le lycopode n'étant pas fixé à la plaque, l'eau le déplace, ce qui rend très pénibles les

(1) Poids de l'enduit de cire et de noir de fumée : 0^g,1 par décimètre carré.

expériences avec cette poudre. Le talc est encore bien plus mauvais.

Feuilles. — Les feuilles de diverses plantes (capucine, chou, mimosa, etc.) ne sont pas plus touchées par l'eau que les surfaces enfumées.

§ 32. CONSTITUTION DES SURFACES NON TOUCHÉES PAR L'EAU. — Toutes ces surfaces sont hérissées de pointes non mouillées. Les parties des plantes qui présentent avec l'eau un angle de raccordement nul portent des revêtements cireux formés de granulations isolées ou de bâtonnets exsudés de l'épiderme.

Les bâtonnets de cire atteignent 100^{μ} à 150^{μ} de longueur dans la canne à sucre; leur épaisseur est de 1^{μ} à 4^{μ} . Les granules isolés de cire ont $0^{\mu},5$ de diamètre dans le cas du chou. Ils sont fort espacés dans le cas de la capucine. La pruine, ou voile des fruits et des feuilles, est formée de fins bâtonnets cireux ou de granules (De Bary, *Bot. Zeit.*, 17 mars 1871, p. 159).

La constitution du noir de fumée a été étudiée par Stark (*Wied. Ann.*, Bd. LXII, p. 353). La densité du noir de fumée, tel qu'il est déposé, est 0,05. Celle du noir fortement comprimé est 2,1. Dans les dépôts de noir de fumée, il n'y a que 2 à 3 pour 100 de charbon; le reste est de l'air.

Quand on enfume une surface, il se forme d'abord de petites mailles de noir sur lesquelles s'établissent des murs de noir, qui sont bien minces par rapport au volume d'air qu'ils enserrent.

Stark pense que le diamètre moyen des particules du noir est $0^{\mu},25$.

J'ai examiné les surfaces que j'ai préparées au moyen d'un puissant microscope Zeiss muni d'un *illuminateur vertical* éclairant la surface par-dessus.

1° *Examen dans l'air.* — Le noir de fumée fraîchement déposé a un grain très fin, ultra-microscopique (si

le noir a été exposé au vide, le grain est plus gros). La surface paraît couverte d'une multitude de très petites étoiles colorées.

2° *Immersion dans l'eau* (grossissement, 1000). — L'air dont le noir est rempli donne un fond brillant. On voit des nuages noirs criblés de blanc. Le noir imprégné d'alcool et plongé ensuite dans l'eau, ne renfermant plus d'air, apparaît uniformément sombre.

3° *Immersion homogène dans l'huile de cèdre* (grossissement, 2000). — La surface enfumée apparaît sombre, de grain extrêmement fin. Elle est constellée de très petites étoiles colorées, dont le nombre est immense.

Les dépôts d'anhydride arsénieux sont de grain encore plus fin.

Les aspérités qui hérissent les surfaces non touchées par l'eau sont donc extrêmement fines et rapprochées. La distance de deux sommets est de l'ordre de grandeur du rayon de la sphère d'activité moléculaire ($\frac{1}{20}$ de micron). Il est, dans ces conditions, bien difficile de savoir exactement quelle est la forme des petits ménisques de l'eau qui s'appuie sur les sommets des pointes.

§ 33. ANGLE DE RACCORDEMENT. — Dans le cas de la caléfaction, l'angle de raccordement est rigoureusement nul.

M. Gossart (*Ann. de Chim. et de Phys.*, t. XIX, 1890, p. 173), qui a établi ce point, a comparé, en outre, les profils des gouttes caléfiées et des gouttes déposées sur verre enfumé avec le profil théorique (établi en supposant l'angle de raccordement nul). La concordance est bonne, sauf une petite perturbation au point de raccordement dans le cas des surfaces enfumées.

L'angle de raccordement sur une surface enfumée est toujours très voisin de zéro, surtout avec les dépôts effectués sur la cire, puis lavés. Les dépôts faits directement sur verre ou métal donnent toujours des perturbations,

un voile noir sur la goutte et un angle de raccordement d'une dizaine de degrés.

J'ai formé sur une surface horizontale bien enfumée une large goutte d'eau, de 27^{mm} de diamètre (température, 24°). L'épaisseur de la goutte, mesurée au cathétomètre, était 0^{cm},550. L'épaisseur calculée, en supposant l'angle de raccordement nul, est

$$2\sqrt{\frac{T}{d}} = 0^{\text{cm}},547 \quad \left(T = 7,5 \frac{\text{mg}}{\text{mm}} = 76,4 \text{ G. G. S.} \right).$$

La concordance est donc bonne. Mais la méthode, d'ailleurs peu sensible, suppose que la tension superficielle de la large goutte n'est influencée ni par l'exposition à l'air, ni par le contact avec une large surface enfumée sur laquelle elle a roulé avant de prendre sa position d'équilibre.

Pour s'assurer que l'angle de raccordement est nul, il vaut mieux observer le dégagement de l'air au contact d'une surface enfumée plongée dans l'eau. L'air s'étale indéfiniment sur la surface et ne donne un angle de raccordement sensible qu'aux points où se trouvent de gros fumérons. L'expérience, très simple, est curieuse à voir.

On immerge dans l'eau, dans une position un peu inclinée, une large plaque enfumée percée d'un petit trou. Un tube, soudé à la plaque du côté opposé au noir, permet d'envoyer un courant d'air par ce petit trou. Le jet d'air, au lieu de se dégager normalement à la surface, s'étale en une nappe brillante⁽¹⁾ extrêmement large, aplatie sur le noir de fumée.

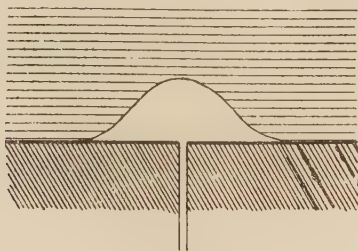
Si, en certains points, le noir a été touché, imprégné de cire ou lavé à l'alcool, la brillante nappe d'air contourne les zones altérées sans jamais en franchir la limite.

Si la surface est bien horizontale (le noir dirigé vers le

(¹) Brillante à cause de la réflexion totale.

haut), l'air forme de grosses bulles dont l'angle de raccordement est nul et qui courent sur la surface avec une

Fig. 10.



extrême mobilité pour la moindre inclinaison du plan (*fig. 10*).

Si l'on verse une goutte d'alcool sur le trou, le noir de fumée perd immédiatement ses propriétés : l'air se dégage directement de l'orifice, en un jet normal à la paroi.

Ces phénomènes sont comparables aux phénomènes bien connus présentés par l'eau en contact avec une surface qu'elle mouille parfaitement (*fig. 11*).

Fig. 11.



Large goutte d'eau suspendue au-dessous d'un plateau horizontal bien mouillé. (Si l'on graisse les bords de l'orifice, l'eau s'écoule en un jet normal à la paroi.)

Les surfaces enfumées pourraient être nommées *Surfaces parfaitement mouillées par l'air*.

Lorsqu'une bulle d'air rencontre une surface enfumée plongée dans l'eau, elle s'étale immédiatement sur la surface. On recueille ainsi des jets d'air comme on recueille un filet d'eau avec une baguette mouillée.

§ 34. — Une plaque enfumée étant plongée dans l'eau

et convenablement orientée paraît très brillante, à cause de la réflexion totale de la lumière sur l'air qui emplit le noir; on aperçoit à sa surface des bulles d'air très aplaties et encore plus brillantes. Des chocs augmentent le nombre et le volume de ces bulles. Après une série de fortes secousses, une partie de l'air contenu dans le noir se rassemble en bulles plus grosses qui se dégagent et l'éclat de la surface diminue. Mais il suffit de la sortir de l'eau et de la réimmerger pour qu'elle reprenne son premier éclat.

Si l'on fait le vide au-dessus d'une surface enfumée plongée dans l'eau, on observe un dégagement d'air abondant. Les grosses bulles qui se soulèvent ont un angle de raccordement bien nul et courent sur la surface avec une surprenante mobilité. Puis l'angle de raccordement augmente, devient droit, puis obtus.

Si l'on rétablit la pression, la surface ne donne plus la réflexion totale. Elle paraît noire. L'eau a pénétré dans les cellules du noir. La surface, sortie de l'eau et séchée, a définitivement perdu ses propriétés : une goutte d'eau qu'on y dépose après quelques jours donne un angle de raccordement non nul, et d'autant plus grand que la surface a été plus longtemps exposée au vide. On peut ainsi préparer des surfaces où l'angle de raccordement a telle valeur que l'on veut. L'édifice de murs et de cellules de noir est démoli.

Une plaque enfumée, mouillée par l'alcool, perd momentanément ses propriétés : l'alcool est entré dans les cellules du noir. L'eau mouille alors la surface. Mais il suffit de laisser sécher la plaque pour qu'elle revienne à son état primitif.

§ 33. ADHÉRENCE NORMALE. — On forme une goutte d'eau au bout d'un tube vertical Ω et l'on arrête l'arrivée de l'eau un peu avant que la goutte ne se détache. La plus petite force verticale que l'on ajoute alors au poids de la goutte provoque le détachement.

Une petite surface S horizontale placée sous la goutte peut monter ou descendre à volonté; on peut l'amener tangente au point le plus bas de la goutte, la remonter encore un peu et la faire redescendre ensuite très délicatement.

Si cette petite surface S est du verre propre ou du verre enduit de cire, de paraffine, etc. (surfaces des deux premiers groupes considérés § 31), la goutte se détache du tube Ω et se dépose sur la surface; on peut dire qu'il y a adhérence de l'eau suivant la normale.

Si la surface S est enfumée, on peut la faire redescendre sans détacher la goutte du tube Ω . L'adhérence de l'eau sur les surfaces enfumées est nulle dans le sens de la normale.

§ 36. ADHÉRENCE TANGENTIELLE. — Les gouttes d'eau roulent avec une très grande facilité sur les surfaces enfumées. De plus, comme on vient de le voir, l'adhérence normale est nulle. Ces expériences et d'autres encore, faites sur le rejaillissement, laissaient espérer que le glissement à la paroi aurait une valeur notable sur les surfaces enfumées.

Si l'on considère une surface solide plongée dans un liquide en mouvement qui la mouille, la couche liquide placée au voisinage immédiat de la paroi adhère au solide et a une vitesse nulle. C'est sur cette couche liquide immobile que les autres couches liquides viennent frotter. Il n'y a pas de glissement à la paroi (Whetham, *loc. cit.*).

Il n'y a pas non plus de glissement à la paroi dans le cas de l'eau sur le verre argenté, ni dans le cas du mercure sur le verre.

J'ai alors cherché, sur le conseil de M. Brillouin, s'il n'y aurait pas un glissement à la paroi dans le cas de l'eau sur les surfaces enfumées.

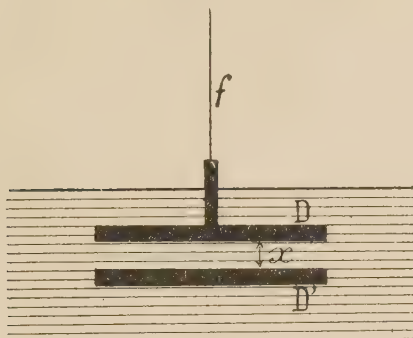
§ 37. PRINCIPE DE LA MÉTHODE. — L'appareil que j'ai employé comprend essentiellement :

1^o Un disque fixe horizontal D' (*fig. 12*).

2° Un disque horizontal D, suspendu à un fil de torsion f . Ce disque a exactement pour axe de révolution la verticale f . Quand on le fait osciller autour du fil, il reste donc dans la même figure géométrique.

Soit x la distance de leurs faces en regard. Les deux disques étant plongés dans l'eau, j'ai mesuré pour un grand nombre de valeurs de x le décrement logarithmique λ , qui exprime l'amortissement des oscillations de D. J'ai examiné trois cas : 1° disques nus ; 2° disques enduits de cire ; 3° disques enduits de cire, puis enfumés.

Fig. 12.



J'ai construit dans chaque cas la courbe $\lambda = f(x)$, puis j'ai cherché à quel degré de précision les trois courbes coïncidaient.

Soit λ_1 le décrement observé avec des surfaces nues pour une distance x_1 des plateaux.

Si après avoir enfumé les disques on trouve pour cette même distance x_1 une valeur $\lambda_2 < \lambda_1$, il y a un glissement à la paroi.

La distance des deux disques nus qui donnerait le décrement λ_2 est une distance $x_2 > x_1$.

La différence $c = x_2 - x_1$ est proportionnelle au coefficient de viscosité et au coefficient de glissement à la paroi.

La courbe $\lambda = f(x)$ correspondant aux disques enfumés s'obtient en reculant de c , d'un mouvement de translation parallèle à Ox , la courbe relative aux disques nus.

On ne pourra pas s'apercevoir de cette translation sur les parties horizontales des courbes, c'est-à-dire pour des valeurs de x trop grandes pour que λ soit rapidement variable en fonction de x . On ne l'apercevra que pour les parties montantes des courbes, c'est-à-dire pour l'intervalle des valeurs de x , dans lequel λ varie très rapidement.

La recherche du glissement à la paroi est ainsi ramenée à la recherche de la longueur c pour de faibles valeurs de x .

§ 38. DESCRIPTION DE L'APPAREIL. — L'appareil est installé dans une cave à murs épais. Une table de pierre inébranlable soutient la partie fixe de l'appareil. Une forte pièce de fer scellée dans le mur au-dessus de la table soutient le système oscillant.

Les deux disques D et D' sont en laiton laminé; ils sont bien de révolution; leurs faces ont été dressées sur des plans optiques. Ils ont reçu une forte dorure et n'ont pas été polis ensuite. Ils ont exactement le même diamètre : $119^{\text{mm}}, 550$.

Le disque D a pour épaisseur $4^{\text{mm}}, 55$. Il est porté par une tige N travaillée au tour en même temps que lui (*fig.* 13). Cette tige a pour diamètre $5^{\text{mm}}, 20$ et pour longueur 25^{mm} . A sa partie supérieure se visse une pièce N' percée d'un canal de $0^{\text{mm}}, 3$ de diamètre, centré sur l'axe de D à $\frac{1}{100}$ de millimètre près; le fil de torsion f pénètre dans ce canal; son extrémité, fondue au chalumeau, forme une sphère qui supporte ainsi toute la charge.

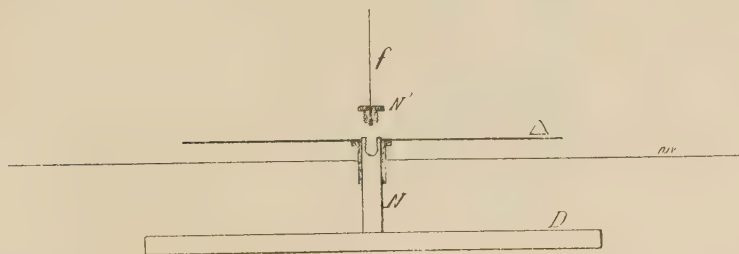
Le poids de tout ce système, sans le fil, est $431^{\text{g}}, 007$.

Le disque D était plongé dans l'eau. L'épaisseur de la couche d'eau au-dessus de lui était $1^{\text{cm}}, 5$ à 2^{cm} (¹).

(¹) Je me suis assuré qu'une variation de plusieurs millimètres de cette épaisseur n'influe pas sur la valeur du décrément.

Dans les expériences les plus précises, j'ai été obligé d'adjoindre à ce système un disque supplémentaire Δ non immergé, destiné à porter les petites masses de réglage. Ce disque est en acier verni, très raide, nullement aimanté. Il a 10^{cm} de diamètre et 0^{mm}, 75 d'épaisseur ; il est porté par une douille de laiton qui s'ajuste à frottement dur sur la tige N.

Fig. 13.

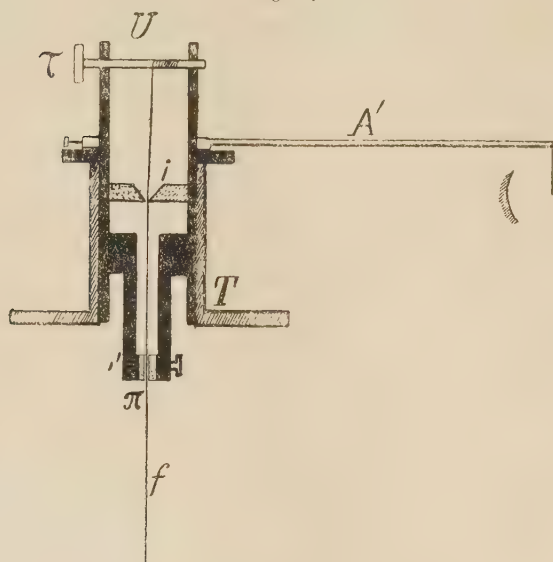


Le fil de torsion est en platine *pur*. Il a été recuit plusieurs fois au rouge blanc dans un bec de Bunsen. Les fils d'argent sont plus solides, mais ils m'ont constamment donné des déplacements du zéro. Un fil de platine de 0^{mm}, 2 de diamètre suffit lorsque le disque supplémentaire Δ n'est pas ajouté. Un fil de 0^{mm}, 3 de diamètre est nécessaire si l'on ajoute Δ . Une goutte de mastic des baromètres est appliquée à chaud, une fois l'appareil monté, à l'endroit où le fil entre dans la pièce N'. On empêche ainsi les ballottements, surtout si le fil n'a que 0^{mm}, 2 de diamètre, tandis que le canal de N' a 0^{mm}, 3.

Sur la pièce de fer scellée dans le mur est placé un support à trois vis calantes portant en son centre un tube T cylindrique vertical (*fig. 14*). Dans ce tube peut tourner une pièce cylindrique U sur laquelle sont montés : un treuil τ pour enrouler le fil et un disque d'ivoire i percé d'un trou bien centré ; une presse d'ivoire i' serre le fil suivant l'axe de révolution du tube T. Le point de suspen-

sion du fil est le point bien défini π (¹). On règle la verticalité du système en agissant sur les vis calantes du support.

Fig. 14.



Suspension du fil.

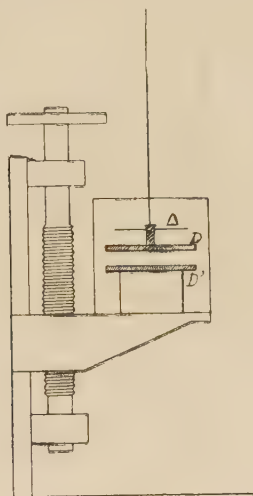
En outre, la pièce U porte, au moyen d'une poulie folle, une longue aiguille horizontale A' dont la pointe peut être visée au moyen d'un petit miroir concave. Lorsqu'on veut lancer les oscillations, on fait tourner délicatement la pièce U dans le tube T et on la ramène au moyen de A' exactement dans la situation initiale.

Disque fixe D'. — Le disque fixe D' est placé dans une cuve cubique en verre à faces planes et parallèles (dimensions intérieures, $15^{\text{cm}} \times 15^{\text{cm}} \times 15^{\text{cm}}$). Il est soutenu à 6^{cm} du fond (*fig. 15*).

(¹) La longueur du fil entre le point π et la pièce N' était de 30^{cm} dans la plupart de mes expériences.

La cuve cubique repose sur le chariot d'une très forte vis micrométrique verticale ⁽¹⁾ provenant d'un comparateur de Sainte-Claire Deville. Le pas de cette vis

Fig. 15.



est $1^{\text{mm}},497$. Sa tête, de 10^{cm} de diamètre, est divisée en 100 parties : on peut très facilement apprécier le $\frac{1}{1000}$ de tour.

La vis est montée sur un gros support à trois vis calantes installé sur la table de pierre. C'est en agissant sur ces trois vis qu'on rend le disque D' rigoureusement horizontal, au moyen d'un niveau donnant les $10''$. Les glissières qui guident le chariot sont à ce moment bien verticales (grâce au bon parallélisme des faces du cylindre qui soutient D' dans la cuve).

L'équipage oscillant restant suspendu à une hauteur fixe, on fait varier la distance x des disques en déplaçant le disque inférieur et la cuve au moyen de la grosse vis.

(¹) La grosse vis tourne dans des coussinets fixes; son chariot, guidé par des glissières très droites, se déplace verticalement.

Une lunette-microscope horizontale, munie d'un oculaire micrométrique, peut être amenée successivement devant trois des faces de la cuve de verre, de façon à pointer les bords des disques. On peut ainsi régler le centrage exact des deux disques, s'assurer de leur parallélisme et mesurer leur distance x .

Dans la cuve cubique plongent : 1° un thermomètre ; 2° un large siphon établissant la communication avec un vase fixe où le niveau de l'eau est maintenu constant à moins de 0^{mm},5 près. Ainsi, lorsqu'on déplace la cuve, le niveau de l'eau reste à une hauteur invariable au-dessus du disque oscillant.

Système optique. — Un très bon miroir concave de 6^{cm}² de surface et de 2^m,50 de rayon de courbure est installé sur le système oscillant. (Si l'on n'emploie pas Δ , on fixe le miroir à deux tiges soudées sur N' . Le fil passe entre le miroir qu'il touche presque et une plaque d'aluminium faisant contrepoids. Quand le disque Δ est ajouté, on y fixe le miroir.)

Près du centre de courbure du miroir se trouve l'objet lumineux : un fil à plomb très fin tendu devant un prisme à réflexion totale. L'image de ce fil se fait sur une règle de verre de 1^m,10 divisée en millimètres. On peut absolument répondre de la précision du $\frac{1}{40}$ de millimètre sur les lectures, dans toute l'étendue de la règle. Les angles sont donc mesurés à 5'' près.

Bien entendu, j'ai toujours fait subir aux lectures la correction des tangentes. Soient S_m le sommet du miroir et P_m le pied de la perpendiculaire abaissée de S_m sur la règle. La déviation qu'on lirait sur une règle circulaire de centre S_m et de rayon $S_m P_m$ est égale à la déviation du spot lue sur la règle moins une quantité nullement négligeable ν

$$\begin{aligned} \nu &= 1^{\text{mm}},44 \text{ pour une déviation de } 300^{\text{mm}}, \\ \nu &= 6^{\text{mm}},54 \text{ » » » } 500^{\text{mm}}. \end{aligned}$$

§ 39. *Décroément logarithmique.* — Soient $l_0, l_1, l_2, \dots, l_n$ les élongations successives du spot lues sur la règle au moment où la vitesse s'annule. Nous les supposons corrigées des tangentes.

On sait que les amplitudes des oscillations s'obtiennent par la formule $\alpha_k = \frac{l_k + l_{k+2}}{2} - l_{k+1}$.

Soit λ le décroément logarithmique. On a

$$\lambda = \text{Log nép} \frac{\alpha_k}{\alpha_{k+1}} = \frac{1}{n} \text{Log nép} \frac{\alpha_0}{\alpha_n}.$$

§ 40. — Le disque oscillant reste-t-il dans la même figure géométrique?

Avec un fil de 0^{mm},2 de diamètre, non mastiqué à son entrée dans la pièce N', l'horizontalité du disque ne se maintient pas pendant l'oscillation; au moyen du microscope horizontal on voit les bords du disque monter et descendre périodiquement. L'angle du disque avec le plan horizontal peut atteindre 10'. Cela trouble les mesures dès que les disques sont rapprochés de 2^{mm}.

J'ai alors placé le disque supplémentaire Δ ; j'ai employé un fil de 0^{mm},3 de diamètre, que j'ai mastiqué à son entrée dans la pièce N'. Puis j'ai cherché à obtenir une horizontalité rigoureuse du disque D en plaçant des poids sur le disque Δ . Un poids de 0^g,5 placé à environ 4^{cm} de l'axe a suffi.

L'observation à la lunette-microscope ne décèle plus de déplacements du disque oscillant hors de la même figure géométrique. L'angle du disque D avec le plan horizontal était inférieur à 1'.

Le réglage était fait, bien entendu, quand le disque D était immergé. Il ne fallait plus ensuite toucher au système ni surtout appuyer sur le disque Δ sous peine de produire une pente appréciable du côté touché, probablement à cause de la raideur du fil.

Le fil étant légèrement tordu par le haut comme on l'a

vu, les oscillations commençaient. En outre, une oscillation parasite se produisait, mais s'amortissait si vite, qu'elle ne gênait pas.

On ne doit donc pas mesurer les premières oscillations. On ne doit pas non plus prendre les dernières oscillations, qui sont de trop faible amplitude pour être mesurées avec une précision relative suffisante. Le nombre des oscillations utiles est voisin de $\frac{1}{\lambda}$.

§ 41. EXEMPLE DE CALCUL D'UNE EXPÉRIENCE. — Température : $18^{\circ},6$. Disque supérieur en fumé. Disque inférieur nu. Distance des faces en regard des deux disques, 1^{mm} . (Position de P_m : 563^{mm}).

Lectures.	Lectures corrigées l_k .	Amplitudes	log vulg. α_k . 2.	Différences. 0.
		$\alpha_k = \frac{l_{k+2} + l_k}{2} - l_{k+1}$.		
$163,2^{\text{mm}}$	$166,9^{\text{mm}}$			
893,5	891,7	666,6	823 87	
282	283,3	559,75	748 00	075 87
795	794,4	470,55	672 60	075 40
363,8	364,4	395,7	597 37	075 33
726	725,8	332,25	521 46	075 91
422,5	422,7	279,2	445 92	075 54
678	678	235,15	371 35	074 57
463	463			

Les différences sont bien constantes, sauf la dernière qui s'écarte des autres. Prenons

$$\log \text{vulg} \frac{\alpha_k}{\alpha_{k+1}} = \frac{2,823\,87 - 2,445\,92}{5} = 0,07\,559,$$

d'où

$$\lambda = \log \text{nép} \frac{\alpha_k}{\alpha_{k+1}} = 0,1740.$$

§ 42. RÉSULTATS. — *Première série d'expériences.*
— Fil de $0^{\text{mm}},21$ de diamètre. Le disque fixe est enlevé. Le disque mobile est à 85^{mm} du fond. Dans l'air la durée

d'une oscillation est $26^s, 16$; le décrément logarithmique, $\lambda = 0,00389$.

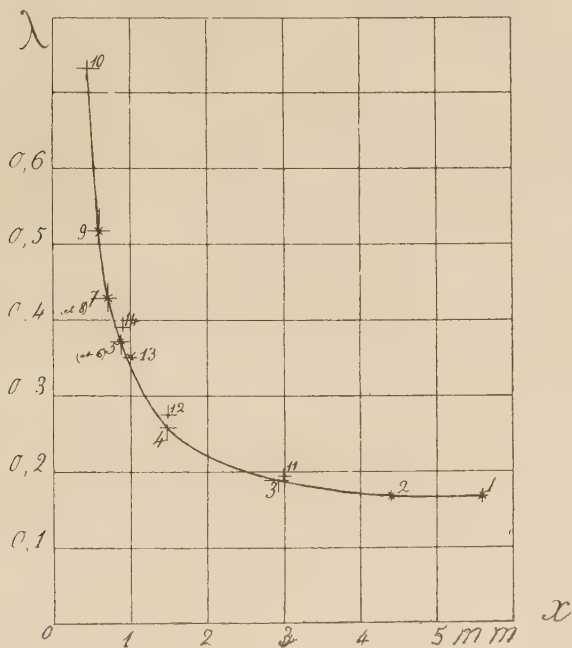
Dans l'eau (le niveau de l'eau s'élevant à 13^{mm} au-dessus du disque) les valeurs de λ sont :

Disque nu	0,1582
Disque enduit de cire.....	0,1583
Disque entièrement enfumé	0,1580

valeurs égales aux erreurs d'expérience près.

Deuxième série (plus précise). — Fil de $0^{\text{mm}}, 20$ de diamètre. Température, $18^{\circ}, 8$, constante à $0^{\circ}, 1$ près.

Fig. 16.



Le disque fixe est nu. Le disque oscillant est nu dans les expériences nos 1 à 10 et enfumé dans les expériences nos 11 à 14.

NUMÉRO D'ORDRE de l'expérience.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.
DISTANCE x des deux disques (en mm.).	5,58.	4,41.	2,93.	1,47.	0,882.	0,880.	0,735.	0,735.	0,53.	0,44.	3,0.	1,50.	1.	0,90.
Lectures.....	379	315,1	856	corrigées 843,15	corrigées 971,8	351,8	corrigées 288,1	corrigées 131,3	395	914	corrigées 410,1	970	337	808,1
	695,1	732	304	341,1	242,9	690,8	728	800,3	638,5	405,5	709,7	556	738,2	419,1
	428,1	381	760	705	747,7	459,3	411,1	367,4	463,7	633,3	488	795,3	454	681
	654	691,3	383,4	124,35	400,2	619,3	628	619	586,65	517	670	387,5	617,9	501,7
	463	432,5	691,9	610,9	639,9	509	506	465,7	528,5	571,2	520,6	696,1	511,8	633,7
	614,7	633,2	437	473,9	473,9	585,1	585,5	584,95	559,2	546,2			540	
			467	650,2	588,3	532,5	507,2							
			614,2	471										
			491,5	619,8										
			603,8	499										
			599											
Valeur de λ	0,1685	0,1696	0,1893	0,2396	0,3709	0,3708	0,4276	0,428	0,5176	0,73	0,196	0,277	0,351	0,393

La courbe ci-jointe (*fig. 16*) représente les variations de λ en fonction de x , pour les disques nus. Les points nos 11, 12, 13, 14, donnés par le disque enfumé, sont au-dessus de cette courbe. S'il y avait un glissement à la paroi, ils seraient au-dessous, puisque pour la même distance des disques le frottement serait plus petit.

Troisième série. — J'ai adjoint au système oscillant le disque Δ et j'ai pris toutes les précautions indiquées au § 39. La précision est alors beaucoup augmentée.

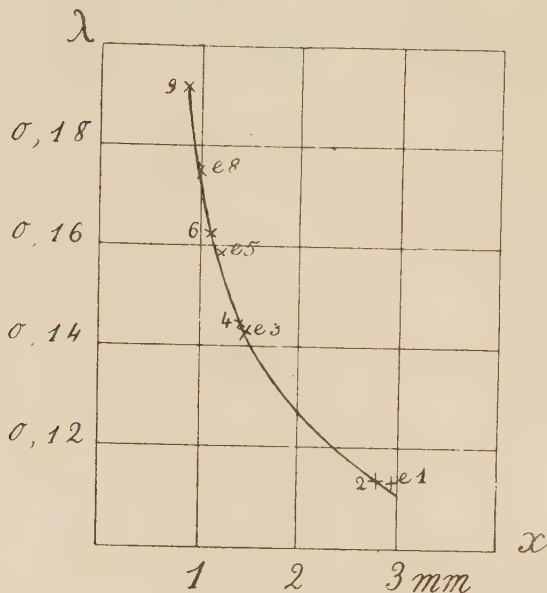
Température, 18°, 6.

NUMÉRO D'ORDRE.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
	Enfumé.	Nu.	Enfumé.	Nu.	Enfumé.	Nu.	Nu.	Enfumé.
x EN MM.	2,94.	2,80.	1,44.	1,40.	1,20.	1,12.	1,12.	1,0.
Lectures brutes....	911,2	261,8	96	894	182	230,5	900	163,2
	216	802	784,2	254,1	894,9	818	251,1	893,5
	835,2	320,5	190	807	288,5	319,2	802	282
	283,2	750	705	329,2	804,9	743	334,5	795
	775,7	367	259,5	742,7	365	383	731,9	363,8
	336,8	709	646	385	740	689	394,1	726
	728,2	403,8	311,5	694,5	420	429	681,1	422,5
	379	676	601,5		693	650		678
	691		350		460	462		463
	412,2		568		659			
	661		379		489			
	439		543,1		634			
	637,2		400,8					
	460,1		524,5					
	618,5							
	477							
	663,5							
λ	0,1132	0,1133	0,1427	0,1444	0,1585	0,1622	0,1623	0,174

Trois expériences faites pour $x = 0^{\text{mm}}, 868$ ont donné $\lambda = 0,191$.

Si l'on trace (*fig. 17*) la courbe $\lambda = f(x)$ pour les disques nus, on constate que les points relatifs au disque enfumé se placent un peu au-dessus de cette courbe.

Fig. 17.



L'écart est toutefois bien moins grand que pour la deuxième série (*fig. 16*). J'ai fait plusieurs autres séries d'expériences, je suis toujours retombé, à $\frac{1}{2000}$ près, sur la même courbe pour les disques nus; et, pour les disques enfumés, j'ai toujours eu des décretsments un peu supérieurs à ceux donnés par les disques nus ⁽¹⁾.

(1) Cela est sans doute dû aux gros fumérons qui peuvent se trouver sur la surface, et qui sont hors de la figure géométrique de révolution dans laquelle demeure le disque oscillant. D'où augmentation du frottement.

La quantité c (§ 37) qui caractérise le glissement à la paroi est donc nulle. En tout cas, la précision de mes dernières expériences est, je crois, assez grande pour que je puisse conclure que c , s'il existe, est inférieur à $0^{\text{mm}},1$, c'est-à-dire inférieur à l'épaisseur de l'enduit.

Le glissement à la paroi est donc toujours nul, que la paroi soit mouillée, non mouillée ou même non touchée par l'eau.

CHAPITRE IV.

Étude directe et chronophotographique du rejaillissement régulier des petites gouttes.

§ 43. DESCRIPTION DU PHÉNOMÈNE. — Une petite goutte d'eau G tombe d'une hauteur de quelques centimètres sur une plaque métallique inébranlable, un peu inclinée et enfumée avec les précautions ci-dessus indiquées. La goutte s'aplatit par le choc, puis prend très vivement une forme plus ramassée et rebondit en se divisant en deux gouttes qui sont projetées en l'air :

1° Une gouttelette G' , dont le diamètre peut dépasser le $\frac{1}{3}$ de celui de G , est projetée avec une très grande vitesse normalement à la plaque et décrit une parabole en vibrant énergiquement; elle s'élève, en général, beaucoup plus haut que l'orifice d'écoulement (et même, dans certains cas, beaucoup plus haut que le niveau du liquide dans le réservoir). C'est pour cela qu'il faut incliner un peu la plaque, sinon cette goutte G' serait projetée juste sur l'orifice d'écoulement. Cette gouttelette G' retombe sur le plan enfumé et rejaillit à son tour.

2° La partie principale Γ de la goutte s'élève à 1^{cm} ou 2^{cm} en vibrant très énergiquement, ce qui produit de beaux jeux de lumière. Elle est projetée dans la direction donnée par la loi de la réflexion. Elle décrit une para-

bole, retombe un peu plus loin sur la surface où elle rebondit de nouveau.

Le phénomène est admirablement régulier si les gouttes sont petites, si elles tombent régulièrement, si la plaque a été enfumée comme on l'a vu Chapitre III, et si elle est bien *immobile*. Dès que deux ou trois gouttes ont rejailli, on peut en faire tomber un très grand nombre au même point, la gouttelette G' projetée en l'air chaque fois décrit exactement la même trajectoire : une petite pointe de verre horizontale, placée au point le plus haut de la trajectoire, recueille toutes les gouttes G' . Si l'on met un écran entre l'orifice d'écoulement et la plaque sans toucher à l'appareil et si l'on enlève cet écran le lendemain pour observer le rejaillissement, les gouttes G' viennent encore s'embrocher sur la pointe de verre.

Il faut éviter, en faisant ces expériences, de souffler sur les gouttes en respirant ; il est bon de mettre l'appareil dans une petite cage de verre pour éviter tout courant d'air.

§ 44. — Ces phénomènes ne se produisent que sur les surfaces *non touchées* par l'eau (*voir* Chap. III), c'est-à-dire sur les surfaces enfumées ou enduites d'anhydride arsénieux ou de lycopode.

On n'observe aucun phénomène de ce genre sur les surfaces graissées, cirées, vaselinées, etc.

Si l'on a, par exemple, une surface enduite de cire et qui a été enfumée sans fondre la cire, elle donne un très beau rejaillissement. Si l'on chauffe un peu la plaque, la cire fond, englobe le noir de fumée et forme une sorte de vernis que l'eau ne mouille pas plus que la cire : mais la surface est devenue lisse au lieu d'être hérissée ; le rejaillissement est totalement supprimé.

De même, les petites gouttes de mercure rejaillissent très bien sur les mêmes surfaces enfumées et ne rejaillissent pas sur le verre propre, que pourtant elles ne mouillent pas.

§ 43. APPAREIL DESTINÉ AUX MESURES. — Cet appareil se compose :

1° D'un appareil laissant écouler régulièrement les gouttes ; c'est celui qui servait pour les recherches sur la formation des gouttes (Chap. I) ;

2° D'un appareil destiné à soutenir et à déplacer la plaque enfumée.

Le chariot qui porte la plaque peut être déplacé horizontalement sur un plateau qu'une forte barre triangulaire très bien dressée, glissant sans aucun jeu dans un prisme vertical, peut soulever ou abaisser. La mesure des déplacements verticaux est faite par un vernier au $\frac{1}{20}$. On peut avoir facilement le $\frac{1}{50}$ de millimètre. Ces mesures ont toujours concordé avec la mesure directe de z faite avec un petit cathétomètre ;

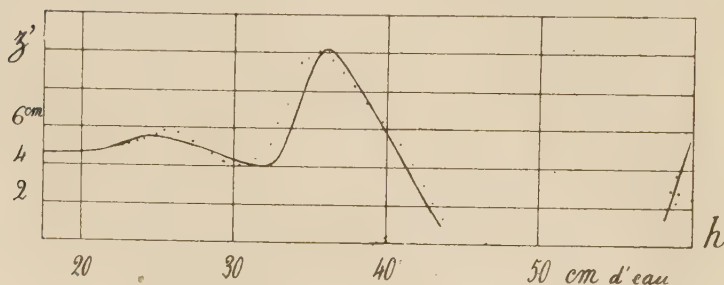
3° D'un appareil destiné à mesurer la hauteur z' atteinte par la gouttelette projetée. Je me suis servi, soit du microscope horizontal Leitz, fonctionnant comme cathétomètre, soit, ce qui est bien plus commode (étant donné qu'on n'a besoin de mesurer z' qu'à $\frac{1}{4}$ de millimètre près), d'une sorte de petit cathétomètre dont la lunette était remplacée par une pointe horizontale très fine où les gouttes G' venaient s'embrocher.

§ 46. PREMIÈRE SÉRIE D'EXPÉRIENCES. — Le rejaillissement ne dépend pas de la nature de la surface frappée, pourvu qu'elle ne soit pas touchée par l'eau. Le noir de fumée, l'anhydride arsénieux et le lycopode donnent lieu au même rejaillissement.

Tandis qu'une surface convenablement enfumée résiste sans altération au choc d'un très grand nombre de gouttes, une surface saupoudrée de lycopode perd son lycopode dès que sept ou huit gouttes sont tombées au même point. Pour le lycopode il faut donc changer sans cesse le point frappé sans changer la hauteur de chute ; les mesures ne comportent aucune précision.

1° *Comparaison du noir de fumée et du lycopode.* — J'ai mesuré les variations de la hauteur z' atteinte par la gouttelette G' en fonction de la vitesse d'écoulement des gouttes, d'abord en employant une surface enfumée, puis en employant une surface couverte de lycopode. Les deux courbes ont exactement la même allure et coïncident aux erreurs d'expérience près (*fig.* 18).

Fig. 18.



La courbe en traits pleins est relative au noir de fumée. La courbe ponctuée est relative au lycopode : ses points sont déterminés avec beaucoup moins de précision.

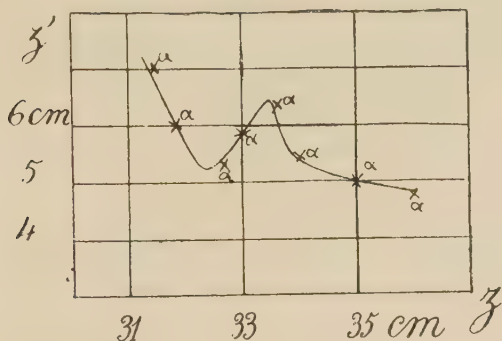
Données de l'expérience : $z = 3$ cm ; poids des gouttes : 7^{mg}, 86 ; pente : 12 pour 100.

2° *Comparaison du noir de fumée et de l'anhydride arsénieux.* — Les expériences sont beaucoup plus faciles à faire. J'ai mesuré les variations de la hauteur z' en fonction de la hauteur de chute z pour la même vitesse d'écoulement des gouttes. J'indique (*fig.* 19) une portion de la courbe $z' = f(z)$ pour le noir de fumée. Ayant remplacé le noir de fumée par l'anhydride arsénieux, j'ai étudié les mêmes variations. Les points α relatifs à l'anhydride arsénieux sont indiqués sur la figure 19 ; ils se placent sur la même courbe.

Le phénomène est donc qualitativement et quantitati-

vement le même pour toutes les surfaces non touchées par l'eau.

Fig. 19.



§ 47. DEUXIÈME SÉRIE D'EXPÉRIENCES. *Variations du rejaillissement quand la hauteur de chute z varie seule.* — On fait descendre progressivement la surface enfumée. z augmente de quantités connues.

Pour de faibles hauteurs de chute (1^{cm}) la goutte qui tombe rebondit sur la surface en vibrant, mais elle ne se divise pas en deux gouttes Γ et G' . Lorsque la hauteur de chute augmente, la hauteur à laquelle s'élève la goutte en rebondissant s'accroît régulièrement.

z croissant toujours, on finit par apercevoir des gouttelettes extrêmement petites et projetées extrêmement haut (à une hauteur de trente ou quarante fois la hauteur de chute). Sans la résistance de l'air, la hauteur atteinte serait encore bien plus grande. Il y en a quatre ou cinq formant une petite gerbe. Elles sont tellement petites qu'il est impossible de les voir sans un éclairage latéral puissant, l'œil regardant sur un fond noir, et leur trajectoire change tellement sous l'influence des plus petits courants d'air que les mesures sont impossibles. On ne les voit d'ailleurs qu'avec des gouttes d'au moins 8^{mg} . Les gouttes de 4^{mg} ou 5^{mg} ne donnent pas de gerbe visible.

Il se produit alors un phénomène singulier. Jusque-là on entendait au moment du choc, en faisant bien attention, un bruit très faible et très sourd. Il en est ainsi jusqu'à une valeur critique de z . Si z dépasse cette valeur critique d'une quantité extrêmement faible ($\frac{1}{30}$ de millimètre), on entend un bruit bien plus fort, bien plus aigu, qui ressemble à un pétilllement de faible durée. Si l'on augmente tout doucement la hauteur de chute z , on constate que ce bruit aigu présente une série de *crescendo* et de *decrecendo* très accusés; les *decrecendo* vont jusqu'à l'extinction. Après un dernier *crescendo*, le bruit ne s'entend plus du tout, pour aucune autre valeur de z .

Exemple. — Gouttes pesant $4^{\text{mg}}, 88$. Pour $z < 11^{\text{mm}}, 3$ aucun bruit ⁽¹⁾; $z = 11^{\text{mm}}, 3$ bruit très fort; *crescendo* jusqu'à $z = 11^{\text{mm}}, 5$ puis *decrecendo* ($z = 12^{\text{mm}}$), puis *crescendo* ($z = 12^{\text{mm}}, 5$), puis *decrecendo* et ainsi de suite. (Valeurs approximatives de z pour les maxima : $14^{\text{mm}}, 8$; 18^{mm} ; 22^{mm}). De $z = 23^{\text{mm}}, 2$ à $z = 25^{\text{mm}}, 2$ aucun bruit ⁽¹⁾.

Le bruit se fait entendre de $z = 25^{\text{mm}}, 2$ à $z = 26^{\text{mm}}, 5$ puis plus rien ⁽¹⁾.

$z = 27^{\text{mm}}, 1$ commencement du rejaillissement régulier; aucun bruit ⁽¹⁾.

Le phénomène est exactement le même si l'on remplace la plaque enfumée par diverses plaques enfumées de dimensions très variables, ou par une pièce creuse. Il ne dépend aucunement de l'objet frappé pourvu que la surface de cet objet soit enfumée. On n'a rien sur une surface graissée.

L'influence de la vitesse d'écoulement sur ce phénomène est considérable. Quand les gouttes se succèdent un peu vite ($\frac{1}{2}$ seconde) on n'entend plus le bruit.

z ayant augmenté au delà de la zone où l'on entend le bruit, on ne tarde pas à observer un rejaillissement régulier simple, avec subdivision de la goutte, et projection

(¹) Aucun bruit autre que le bruit faible et sourd.

d'une goutte G' ; c'est le phénomène décrit en tête de ce Chapitre.

La goutte G' est d'abord très petite et va très haut (30^{cm}). La hauteur z' qu'elle atteint varie rapidement avec z en présentant des séries de maxima et de minima.

Il apparaît quelquefois une gouttelette ε abandonnée très peu de temps après le choc; elle tombe et rebondit; ou bien elle décrit une trajectoire rectiligne sur la surface enfumée.

z croissant toujours la gouttelette projetée G' devient très belle. La gerbe signalée ci-dessus pour des valeurs inférieures de z ne se voit plus du tout. L'admirable régularité du phénomène permet de faire l'étude des variations de z' en fonction de z . Cette étude fait l'objet du paragraphe suivant ⁽¹⁾.

Quand z dépasse 10^{cm} , il y a plusieurs gouttes projetées; et si z continue à croître on n'observe plus qu'un éparpillement de la goutte sur la surface et des éclaboussures irrégulières.

Nota. — Pour les valeurs un peu grandes de z une surface de verre légèrement enfumée présente, après le choc d'une goutte, des cercles concentriques et des rayons très déliés dessinés sur le noir. M. Decharme (*Comptes rendus*, t. XCIII, 1881, p. 408) avait observé des dessins analogues sur des plaques couvertes de minium recevant le choc de gouttes d'eau tenant du minium en suspension.

§ 48. VARIATIONS DE z' EN FONCTION DE z . — Ces variations sont représentées par des courbes très compliquées. La détermination d'un très grand nombre de points est indispensable; l'expérience est donc fort longue (10 heures).

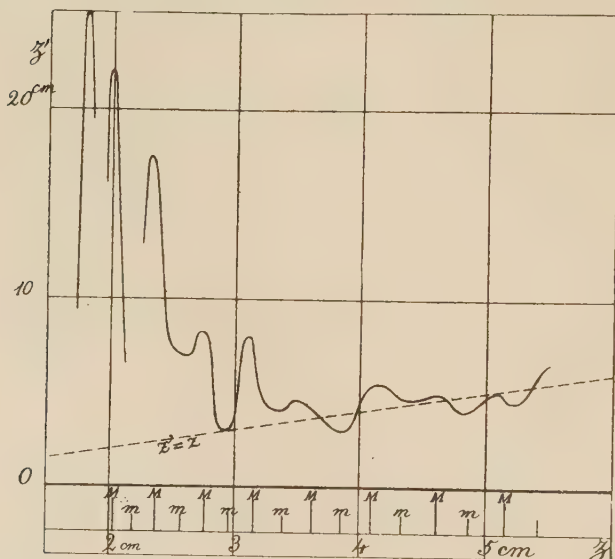
Il faut avoir parfaitement réussi le dépôt de noir de fumée. Une surface mal préparée est altérée par le choc

(1) L'erreur commise en négligeant la résistance de l'air est absolument insignifiante.

des gouttes tombant au même point : un trou s'y creuse, très peu profond mais très visible, et le rejaillissement est considérablement changé.

Exemple ($z = 43^{\text{mm}}$) : Les gouttes G tombant depuis deux jours sur une surface trop abondamment enfumée

Fig. 20.



Données de l'expérience :

Poids des gouttes 7^{mg} , 60 ;

Durée de formation 1^{s} , 45 ;

Pente de la surface frappée : 9 pour 100 ;

Abscisses : valeurs de z ;

Ordonnées : valeurs de z' ;

Les points marqués M et m sont les positions des maxima et des minima calculées d'après les formules de la vibration des gouttes.

y ont creusé un trou. La gouttelette projetée G' est très petite et s'élève à une hauteur $z' = 100^{\text{mm}}$ environ. En déplaçant horizontalement la surface, d'une faible quan-

tité, les gouttes G tombent en partie dans le trou, en partie dehors ; il n'y a plus de goutte G'. En déplaçant notablement la surface (sans changer z) les gouttes G tombent sur une surface fraîche ; une grosse goutte G' est projetée à 45^{mm}.

Aussi me suis-je toujours assuré qu'un faible déplacement horizontal de la surface ne faisait pas changer le phénomène.

J'ai tracé un assez grand nombre de ces courbes. Elles ont toutes la même allure. Je me contente d'en donner une (*fig. 20*).

§ 49. RATTACHEMENT DE CES FAITS A LA VIBRATION DES GOUTTES. — Ces maxima et ces minima correspondent aux espaces parcourus par la goutte pendant les périodes successives de sa vibration.

Avant d'établir ce point je dois rappeler quelques résultats connus de l'étude des vibrations des gouttes.

On sait depuis longtemps (Savart, Magnus, Quincke) qu'une goutte en tombant ne garde pas la forme sphérique. Elle se détache étant allongée ; la tension superficielle tend à rendre la goutte sphérique. Elle s'aplatit donc ; mais quand la forme sphérique est atteinte, l'aplatissement continue jusqu'à un certain degré. Les pressions capillaires intervenant en sens contraire tendent à allonger la goutte, etc. La vibration s'effectue ainsi pendant la chute de la goutte avec un faible amortissement.

Cette vibration qui donne alternativement à la goutte la forme d'un ellipsoïde allongé, d'une sphère, d'un ellipsoïde aplati, d'une sphère, d'un ellipsoïde allongé, etc., est appelée *vibration ellipsoïdale ou symétrique*.

Elle n'est pas seule. La goutte ne conserve pas une forme symétrique. Aussitôt détachée, elle a la forme d'un œuf avec le gros bout en bas ; il en résulte un deuxième mouvement vibratoire ; pendant la chute, l'ovoïde présente alternativement son gros bout vers le haut et vers

le bas, avec des formes intermédiaires sphériques. Cette *vibration ovoïdale ou dissymétrique* a une amplitude au moins aussi grande que la première dans la plupart des cas. Elle s'amortit plus vite. (LENARD, *loc. cit.*)

Lord Rayleigh (*Proc. Roy. Soc.*, t. XXIX, 1879, p. 71 à 97) a calculé les diverses vibrations des gouttes au moyen des fonctions de Legendre.

Soit une goutte de révolution. Rapportons sa méridienne à un système de coordonnées polaires r et ω . Posons $\cos \omega = \mu$.

La valeur du rayon vecteur r peut être développée en série suivant la formule

$$r = a_0 + a_1 P_1(\mu) + a_2 P_2(\mu) + \dots + a_n P_n(\mu) + \dots$$

$P_1, P_2, \dots, P_n$ sont les fonctions de Legendre

$$P_1(\mu) = \mu,$$

$$P_2(\mu) = \frac{3}{2} \mu^2 - \frac{1}{2},$$

$$P_3(\mu) = \frac{5}{2} \mu^3 - \frac{3}{2} \mu,$$

$$\dots\dots\dots,$$

$$P_n(\mu) = \frac{1}{2^n \cdot n!} \frac{d^n}{d\mu^n} (\mu^2 - 1)^n;$$

d'où

$$r = a_0 + a_1 \cos \omega + a_2 \left(\frac{3}{2} \cos^2 \omega - \frac{1}{2} \right) + a_3 \left(\frac{5}{2} \cos^3 \omega - \frac{3}{2} \cos \omega \right) + \dots$$

a_0 est une constante, a_1 est une constante nulle ou négligeable; $a_2, \dots, a_n, \dots$ sont des quantités fonctions du temps. Elles restent très petites devant a_0 .

Lord Rayleigh a démontré que les mouvements exprimés par les différents termes sont indépendants les uns des autres.

$$\text{Posons } a_n = A_n \cos \left(2\pi \frac{t}{T_n} \right).$$

La période T_n de la vibration partielle correspondant à la $n^{\text{ième}}$ fonction de Legendre est $T_n = \sqrt{\frac{3\pi m}{n(n-1)(n+2)\alpha}}$; m masse de la goutte; α tension superficielle.

A $n = 2$ correspond la période $T_2 = \sqrt{\frac{3\pi m}{8\alpha}}$. C'est la période principale. Elle est relative à la vibration dite *ellipsoïdale* ou *symétrique*.

A $n = 3$ correspond la période

$$T_3 = \sqrt{\frac{\pi m}{10\alpha}} \quad \text{ou} \quad T_3 = 0,5164 \dots T_2 = \frac{T_2}{1,936}.$$

Elle est relative à la vibration *ovoïdale* ou *dissymétrique*.

Les vibrations suivantes, correspondant aux termes $P_4, P_5, \dots, P_n, \dots$ ne sont pas négligeables au début, mais elles s'amortissent d'autant plus rapidement que n est plus grand.

1° *Vibration ellipsoïdale ou symétrique*. — La courbe $r = a_0 + a_2(\frac{3}{2}\cos^2\omega - \frac{1}{2})$ a deux axes de symétrie; on la confond avec une ellipse. Si $a_2 > 0$, la goutte a la forme d'un ellipsoïde allongé. Si $a_2 < 0$, elle a la forme d'un ellipsoïde aplati. a_2 étant de la forme $a_2 = A_2 \cos\left(2\pi \frac{t}{T_2}\right)$ est alternativement positif et négatif. On a donc des ellipsoïdes alternativement allongés et aplatis.

Le nombre de vibrations par seconde est

128	(ut_2) pour une goutte d'eau de 4 ^{mm} ³	
114,5	»	5
104,5	»	6
96,7	»	7
93	»	7,6

2° *Vibration ovoïdale ou dissymétrique*. — La courbe $r = a_0 + a_3(\frac{5}{2}\cos^3\omega - \frac{3}{2}\cos\omega)$ a la forme ci-après (fig. 21):

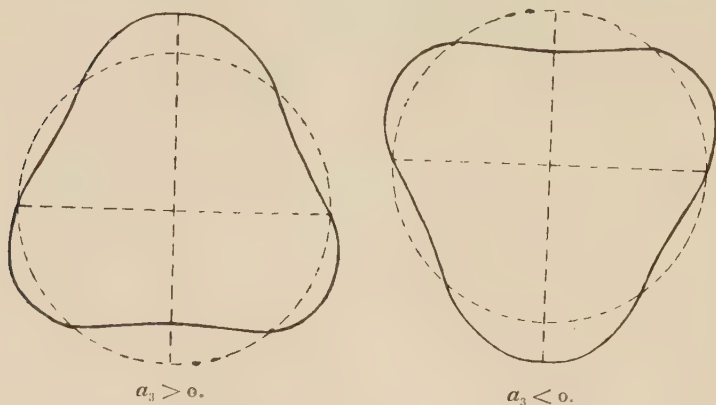
a_3 étant de la forme $a_3 = A_3 \cos\left(2\pi \frac{t}{T_3}\right)$ est alternativement positif et négatif.

La goutte prend l'aspect d'un œuf, présentant son gros bout alternativement en haut et en bas.

Loin d'être négligeable, la vibration ovoïdale a une am-

plitude au moins aussi grande que la vibration ellipsoïdale, surtout au début de la chute.

Fig. 21.



Le nombre des vibrations par seconde est

247,8	pour une goutte d'eau de	4 ^{mm} ³
202,3	»	6
180	»	7,6

Vitesse vibratoire du pôle supérieur de la goutte. — Cette vitesse est proportionnelle à la somme

$$\sigma = \frac{2\pi}{T_2} \sin 2\pi \frac{t}{T_2} + \frac{2\pi}{T_3} \sin 2\pi \frac{t}{T_3},$$

en supposant (ce qui est à peu près exact) que les deux vibrations ellipsoïdale et ovoïdale ont la même importance.

D'ailleurs $z = \frac{1}{2}gt^2$ ⁽¹⁾

$$\sigma = \frac{2\pi}{T_2} \sin \frac{2\pi}{T_2} \sqrt{\frac{2z}{g}} + \frac{2\pi}{T_3} \sin \frac{2\pi}{T_3} \sqrt{\frac{2z}{g}}.$$

(1) L'espace parcouru pendant le temps t par le centre de la goutte est $\frac{1}{2}gt^2$. La résistance de l'air est tout à fait négligeable pour d'aussi faibles hauteurs de chute. z désigne la distance de l'orifice d'écoulement au point frappé. En écrivant $z = \frac{1}{2}gt^2$, on commet sur z une erreur de l'ordre du rayon de la goutte.

Pour des gouttes de $7^{\text{mg}}, 60$ on a, en remplaçant T_2 et T_3 par leurs valeurs,

$$\sigma = 2\pi [93 \sin(26,4\sqrt{z}) + 180 \sin(51\sqrt{z})].$$

Quand z varie, la vitesse vibratoire σ passe par une série de maxima et de minima très accusés et de valeurs différentes. Les valeurs de z correspondant à ces maxima et minima sont :

	^{cm}						
Maxima ..	1,92	2,26	2,67	3,05	3,52	4	4,52
Minima...	2,08	2,47	2,85	3,31	3,76	4,25	4,77

Si l'on compare les deux courbes $z' = f(z)$ (*fig. 20*) et $\sigma = f_1(z)$, on constate immédiatement que ces deux courbes ont, dans les mêmes intervalles de variation de z , le même nombre de maxima et de minima, et que les distances entre les maxima et les minima sont les mêmes pour les deux courbes.

Cela suffit pour affirmer que la série de maxima et de minima du rejaillissement est due à la vibration des gouttes.

En déplaçant légèrement (de $0^{\text{mm}}, 8$) la courbe $\sigma = f_1(z)$, on amène ses maxima et ses minima très sensiblement en coïncidence avec ceux de la courbe $z' = f(z)$ ⁽¹⁾. Les points M et m marqués sur la figure 20 sont les maxima et les minima de la courbe σ ainsi légèrement déplacée. On voit sur la figure que la concordance (sauf en un ou deux points) est excellente.

§ 30. — Pour lever les derniers doutes, j'ai cherché soit à étouffer, soit à exagérer les vibrations. L'emploi d'un champ magnétique puissant ne m'a donné aucun amortissement appréciable des vibrations des gouttes tom-

(1) Il n'est pas étonnant qu'on ait à faire ce déplacement : 1° pour la raison donnée dans la première note de ce paragraphe ; 2° parce que l'on a admis arbitrairement que la phase des deux vibrations est la même au départ.

bantes. L'emploi d'un diapason n'a amené qu'un renforcement insignifiant de l'oscillation ellipsoïdale avec laquelle il était à l'unisson.

J'ai alors fait l'expérience suivante : Les gouttes tombent d'une hauteur z_0 (1^{cm} environ) sur un premier plan enfumé, incliné.

Elles rebondissent très bien et décrivent une parabole en vibrant fortement. On les reçoit sur une deuxième surface enfumée située à un niveau inférieur.

Si z_0 est un peu grand, la goutte vibre très fortement; elle ne donne plus, sur le deuxième plan enfumé, de rejaillissement avec subdivision. Elle rebondit sans se couper. Ce fait sera expliqué un peu plus loin.

Si z_0 est suffisamment petit, la goutte vibre après le premier choc en présentant uniquement une vibration ellipsoïdale de très grande amplitude (je m'en suis assuré par la chronophotographie).

En éclairant latéralement par une forte lampe, une goutte immobile donne deux points brillants (un donné par la réflexion et un par la réfraction); une goutte qui tombe donne deux traits de feu, trajectoires de ces points brillants. Ces lignes lumineuses se rapprochent et s'écartent périodiquement, présentant ainsi des *renflements* et des *gorges*. Les renflements correspondent aux ellipsoïdes aplatis et les gorges aux ellipsoïdes allongés.

La deuxième surface enfumée reçoit le choc de ces gouttes. On observe un fort rejaillissement avec subdivision, si elle est placée un peu au-dessous d'un des *renflements*. Il n'y a pas subdivision dans les autres positions.

En déplaçant cette surface enfumée, on voit ainsi périodiquement apparaître et disparaître le rejaillissement avec subdivision. On l'obtient chaque fois que l'on coupe les traits de feu au-dessous de leur renflement, c'est-à-dire chaque fois que l'on reçoit le choc d'une goutte sphérique en train de s'allonger.

La goutte sphérique qui s'allonge est la figure pour laquelle la vitesse vibratoire du pôle supérieur est maximum.

Ainsi, aux maxima M de la vitesse vibratoire correspondent les maxima de rejaillissement (c'est-à-dire les maxima de z'). Aux minima m de la vitesse vibratoire correspondent les minima de rejaillissement. Et si ces minima sont trop petits, il n'y a plus rejaillissement avec subdivision : la goutte rebondit sans se couper.

° § 51. — Les grosses gouttes ⁽¹⁾ montrent très bien en tombant des figures allongées et aplaties. Ainsi Lenard (*loc. cit.*) a étudié les vibrations de gouttes de 5^{mm} de diamètre simplement par la photographie.

Mais les petites gouttes ⁽¹⁾ prennent tout de suite une forme très sensiblement sphérique. On a de la peine à distinguer l'ellipsoïde allongé de l'ellipsoïde aplati ⁽²⁾. Les mesures faites par la photographie sont impossibles. L'observation du rejaillissement fournit au contraire un moyen très délicat de mesurer les éléments de ces oscillations.

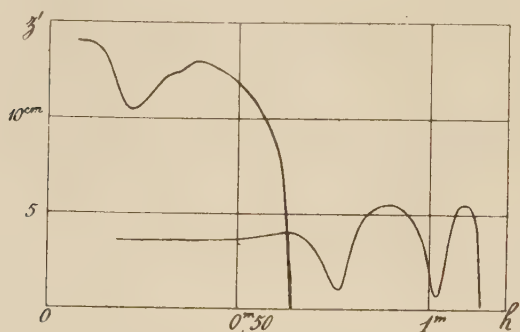
§ 52. EXPÉRIENCES COMPLÉMENTAIRES. INFLUENCE DE LA VITESSE D'ÉCOULEMENT DES GOUTTES. — J'ai tracé des courbes représentant les variations de la hauteur z' atteinte par la goutte G' qui rejaillit quand la hauteur h de l'eau du réservoir augmente, c'est-à-dire quand la durée de la formation de la goutte diminue. Lorsque la vitesse d'écoulement augmente, la masse des gouttes diminue, ce qui fait diminuer les périodes vibratoires. Une même hauteur de chute correspond donc alternativement à des maxima et des minima de rejaillissement. De plus, la forme de la goutte au départ est changée : l'amplitude et la phase des vibrations est donc changée.

⁽¹⁾ Qui se détachent tranquillement d'un orifice.

⁽²⁾ Pourtant, à cause de la faible valeur de la période, la *vitesse* vibratoire est grande. Elle est de l'ordre de la vitesse de chute, au moins pour les premiers centimètres du parcours. Ces vibrations ne sont donc pas négligeables.

Les courbes $z' = f(h)$ ont un aspect extrêmement singulier. J'en reproduis deux ci-dessous (fig. 22).

Fig. 22.



§ 53. AZIMUT DU REJAILLISSEMENT. — Dans ces expériences on fait écouler les gouttes d'un tube fin. Soit zéro l'azimut du plan vertical qui passe par la ligne de plus grande pente du point frappé. Le tube fin est dans ce plan. Si l'orifice est régulièrement enduit de cire et si le tube d'écoulement est bien vertical, les trajectoires des gouttes Γ et G' produites par le rejaillissement sont situées dans le plan d'azimut zéro : la goutte G' est projetée suivant la normale ; le reste Γ de la goutte part suivant une direction donnée par la loi de la réflexion.

Mais, si le tube d'écoulement n'est pas vertical et n'est pas dans le plan d'azimut zéro, la vitesse des gouttes incidentes a une composante horizontale dès que l'écoulement est un peu rapide. Les trajectoires des gouttes Γ et G' sont dans des plans verticaux très différents, ce qui rend l'expérience assez curieuse.

§ 54. LIQUIDES AUTRES QUE L'EAU. — Les solutions aqueuses ayant une grande tension superficielle (ammoniaque, solutions salines, etc.) rejaillissent aussi bien que l'eau. Les solutions très denses rejaillissent moins énergiquement.

Les liquides de faible tension superficielle (alcool, éther, pétrole) ne rejaillissent pas : ils s'étalent sur le noir de fumée.

Les solutions aqueuses d'alcool, de savon, d'acide formique, à partir d'une certaine concentration, ne rejaillissent plus.

Les petites gouttes de *mercure*, qui ne rejaillissent pas sur le verre propre, rejaillissent aussi bien que les gouttes d'eau sur les surfaces enfumées. Les gouttes de mercure vibrent plus fortement que les gouttes d'eau. Les maxima et les minima de rejaillissement sont extrêmement accusés.

§ 53. APPLICATIONS AUX SOLUTIONS AQUEUSES. — On peut se servir du rejaillissement pour apprécier de très faibles changements dans la composition des liquides de grande tension superficielle. La sensibilité de cette méthode est très grande. Elle peut rendre des services dans les cas où l'on ne peut pas employer des méthodes statiques comme celle des ascensions dans un tube; c'est le cas de tous les colloïdes.

En 1890 ⁽¹⁾, Lord Rayleigh a attiré l'attention sur l'erreur que l'on commet en mesurant par une méthode statique la tension superficielle de certains liquides tels que les solutions d'oléate de soude.

En faisant écouler le liquide par un orifice elliptique et en observant la forme du jet, Lord Rayleigh a trouvé les résultats suivants :

Tension superficielle de l'eau	T_0
» de l'oléate de soude à $\frac{1}{4000}$	$T_0 \times \left(\frac{40}{39}\right)^2$
» » $\frac{1}{400}$	$T_0 \times \left(\frac{40}{39}\right)^2$
» » $\frac{1}{80}$	$T_0 \times \left(\frac{40}{44}\right)^2$
» » $\frac{1}{40}$	$T_0 \times \left(\frac{40}{45,5}\right)^2$

(¹) *Proc. Roy. Soc.*, t. XLVII, p. 281.

Les mêmes solutions ont donné par la méthode des ascensions capillaires :

$$\begin{array}{ll}
 \text{Solution d'oléate de soude à } \frac{1}{4000} \dots & T_0 \times \frac{23}{31,5} \\
 \text{» } \frac{1}{400} \dots & T_0 \times \frac{11}{31,5} \\
 \text{» } \frac{1}{80} \dots & T_0 \times \frac{11}{31,5} \\
 \text{» } \frac{1}{40} \dots & T_0 \times \frac{11}{31,5}
 \end{array}$$

Ainsi, par la méthode statique, on trouve que la tension superficielle des solutions d'oléate tombe très rapidement au tiers de sa valeur environ et se maintient ensuite à ce chiffre, quelle que soit la concentration.

Par la méthode dynamique on trouve au contraire que la tension superficielle diminue lentement sans chute brusque et sans asymptote quand la concentration augmente.

Il se forme rapidement à la surface de la solution exposée à l'air une pellicule de faible tension superficielle : d'où nécessité absolue d'employer des surfaces constamment renouvelées.

Dans le rejaillissement, le brassage de la masse au moment du choc est très énergique; la gouttelette est détachée et projetée en l'air en un temps très court (de l'ordre du millième de seconde, comme on le verra plus loin). On peut donc espérer atteindre ainsi une valeur de la tension superficielle bien moins inexacte que celle donnée par la méthode des tubes capillaires.

J'ai toujours employé des solutions très étendues, de densité très sensiblement égale à celle de l'eau.

Ayant choisi une valeur de z pour laquelle le rejaillissement soit énergique et très régulier, je remplace l'eau arrivant à l'orifice par la solution à essayer. Je mesure z' .

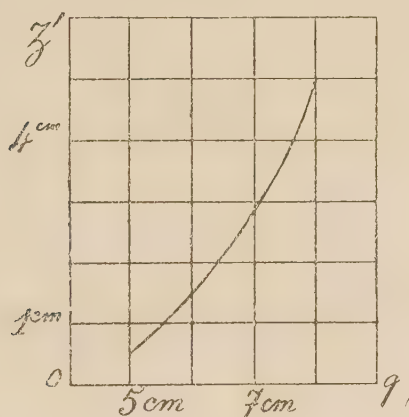
La masse des gouttes change; mais le rapport de la masse des gouttes à la tension superficielle reste à peu

près constant. Les périodes vibratoires ne sont pas sensiblement changées; les valeurs de z correspondant aux maxima et aux minima changent peu. La valeur fixe choisie pour la hauteur de chute reste comprise dans le même intervalle d'un maximum à un minimum, du moins en général.

Je mesure d'autre part, avec les précautions d'usage, l'ascension q de la même solution dans un tube capillaire. Je trace une courbe en portant en abscisses les valeurs de q et en ordonnées les valeurs de z' . L'ascension de l'eau pure dans le tube capillaire employé était juste 80^{mm} .

La tension superficielle de l'eau est environ 80 C.G.S. . Donc si un liquide (de densité sensiblement égale à 1) s'élève de T^{mm} dans le tube, sa tension superficielle est $T \text{ C.G.S.}$

Fig. 23.



Avec de petites gouttes, la sensibilité est extrêmement grande. Aussi pour pouvoir employer des solutions un peu concentrées, j'ai dû diminuer la sensibilité en prenant des gouttes plus grosses (gouttes issues d'un tube de $0^{\text{mm}},75$ de diamètre extérieur, à bout mouillé).

1° *Solutions non colloïdales : mélanges d'alcool et d'eau.* — J'ai préparé quatre mélanges donnant respectivement dans le tube capillaire des ascensions de 70^{mm} , 64^{mm} , 60^{mm} , 50^{mm} (titres approximatifs : $\frac{5}{200}$, $\frac{10}{200}$, $\frac{15}{200}$, $\frac{30}{200}$). J'ai fait tomber des gouttes de ces solutions sur un plan enfumé (pente $\frac{4}{3}$); hauteur de chute 29^{mm} .

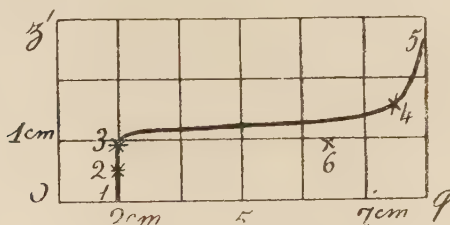
Valeurs de q .. 50^{mm} 60 70 80 (eau pure) } (Courbe fig. 23).
Valeurs de z' .. 5^{mm} 15 28 50 » }

Cette courbe montre que, z restant fixe, z' varie à peu près proportionnellement à la tension superficielle.

2° *Solutions d'oléate de soude* (1). — Hauteur de chute $z = 41^{\text{mm}}$:

	Oléate				Alcool	
	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{80}$	$\frac{1}{400}$	$\frac{1}{4000}$	Eau.	$\frac{10}{200}$
Ascension capillaire q ..	30^{mm}	36^{mm}	36^{mm}	75^{mm}	80^{mm}	64^{mm}
Valeurs de z'	0^{mm}	6^{mm}	9^{mm}	15^{mm}	26^{mm}	9^{mm}
Points de la courbe (fig. 24).....	1	2	3	4	5	6

Fig. 24.



Le point relatif à la solution alcoolique est au-dessous

(1) Des échantillons différents d'oléate donnent des résultats très discordants. Les propriétés d'une solution varient rapidement avec le temps. Ayant pris un échantillon d'oléate ne contenant pas d'acide oléique en excès, je l'ai dissous dans l'eau distillée chaude (solution à $\frac{1}{40}$). J'ai étendu d'eau cette solution pour avoir les solutions à $\frac{1}{80}$, $\frac{1}{400}$, $\frac{1}{4000}$. Les expériences de rejaillissement ont été faites moins d'une heure après la préparation des liqueurs.

de la courbe relative à l'oléate. La valeur de la tension superficielle donnée par le rejaillissement est donc, pour les solutions d'oléate, supérieure à celle que donne l'ascension capillaire. Considérons la solution d'oléate à $\frac{1}{400}$ (point 3). Sa tension superficielle mesurée par la méthode du tube capillaire est 30 C.G.S. (puisque $q = 30^{\text{mm}}$). D'autre part, la hauteur de rejaillissement z' pour cette solution est 9^{mm} , comme pour la solution d'alcool à $\frac{10}{200}$ qui a pour tension superficielle 64 C.G.S. (point 6). La tension superficielle vraie de la solution d'oléate est donc voisine de 64 C.G.S.; elle est en tous cas bien plus grande que 30 C.G.S. Les solutions d'oléate à $\frac{1}{400}$, $\frac{1}{80}$, $\frac{1}{40}$, qui donnent toutes la même ascension capillaire donnent des valeurs décroissantes de z' . La hauteur de rejaillissement z' dépend donc, non pas de la tension superficielle *statique* mais de la tension superficielle vraie.

Je me propose d'ailleurs de développer cette question dans un Mémoire séparé.

§ 56. ÉTUDE CHRONOPHOTOGRAPHIQUE DU REJAILLISSEMENT. — Pour continuer l'étude du phénomène, en analyser les diverses phases et en chercher une explication, il était indispensable d'obtenir une série de photographies de la goutte pendant que le choc s'accomplit. Cette étude a été faite au moyen de l'appareil déjà décrit (§ 5).

Quarante séries de photographies donnant les détails du rejaillissement dans des conditions variées ont été réussies. J'en reproduis ci-dessous quelques-unes.

Fig. 25.



Fig. 26.



Fig. 27.



La première phase du phénomène est l'aplatissement de la goutte sur le plan enfumé. Il a toujours lieu par gradins. La partie inférieure est déjà aplatie que la partie

supérieure est encore bien hémisphérique. Puis la goutte s'aplatit totalement sur le plan, et d'autant plus que la hauteur de chute est plus grande (*fig.* 25, 26, 27).

Si la goutte est grosse, elle s'aplatit en formant des ondes très creusées (*fig.* 28); elle revient sur elle-même par un mouvement ondulé. C'est ce qui explique les traces

Fig. 28.



de cercles concentriques et de rayons laissés par la goutte sur le plan, si le noir n'est pas très adhérent (*voir* fin du § 47).

§ 57. — La goutte se resserre très vivement. Il se produit alors un *jet central* animé d'une très grande

Fig. 29.



Fig. 30.



Fig. 31.



vitesse, et qui entraîne toute la goutte (*fig.* 29, 30, 31) (ordre de grandeur de cette vitesse, $500 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$).

La goutte s'allonge beaucoup et prend une forme

Fig. 32.



Fig. 33.

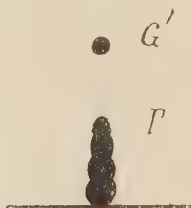
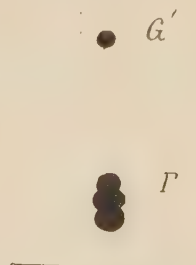


Fig. 34.



annelée (*fig.* 32). Le segment supérieur, dont la vitesse est très grande, se détache et forme la goutte G' (*fig.* 33).

Le reste Γ de la goutte exécute alors de très violentes vibrations. Le haut de la goutte, qui vient de perdre la gouttelette G' , n'a plus de vitesse; le bas de la goutte s'en rapproche rapidement (*fig.* 34, 35, 36, 37).

Fig. 35.



Fig. 36.



Fig. 37.



On peut remarquer qu'une gouttelette ϵ se forme à un certain moment sous la goutte Γ . Le plus souvent, elle est réabsorbée par Γ . Mais quelquefois aussi elle s'en détache. Elle constitue la petite gouttelette signalée plus haut sous le nom de *gouttelette abandonnée* ϵ (§ 47).

§ 58. EXPLICATION DES FIGURES DE LA PLANCHE I. — La planche I contient les reproductions de quatre des clichés pelliculaires obtenus. L'intervalle de temps entre deux images consécutives distantes de 1^{cm} sur l'épreuve est 0^s,001.

Pour les épreuves *A* et *B*, la force électromotrice de la batterie d'accumulateurs placée sur le circuit primaire de la bobine de Ruhmkorff était 60^{volts}.

Pour les épreuves *C* et *D*, une dynamo donnant 50^{volts} à 55^{volts} était en série avec ces accumulateurs. La *fréquence* est plus grande, la régularité est moindre.

Le champ est limité par un diaphragme circulaire. Le plan enfumé sur lequel tombe la goutte est incliné. Sur les épreuves *C* et *D* on le voit souligné d'un trait (fente qui servait pour le réglage du parallélisme du plan et de l'axe optique de l'objectif).

Grandissement linéaire fourni par l'objectif photographique :

Pour les épreuves <i>A</i> et <i>B</i>	1,40
» » <i>C</i> et <i>D</i>	1,47

Epreuve C. — Hauteur de chute de la goutte, $z = 45^{\text{mm}}$.

Les images successives montrent les détails suivants :

C_1 , chute de la goutte ;

C_2, C_3 , aplatissement ;

C_4, C_5 , la goutte aplatie se resserre ;

C_6 , formation du *jet central* qui entraîne toute la goutte ;

C_9 , la goutte G' est sur le point de se détacher ;

C_{10} , projection de la goutte G' ;

Les figures suivantes montrent la vibration de Γ (on voit en C_{16} le globule ε , qui est réabsorbé ensuite).

Epreuve D. — Hauteur de chute, $z = 38^{\text{mm}}$.

D_1 , chute de la goutte ;

D_2, D_3 , aplatissement (formes *en gradins* très visibles) ;

D_4, D_5 , la goutte revient sur elle-même ;

D_6 , formation du *jet central* ;

D_7 à D_{12} , le jet central entraîne la goutte ;

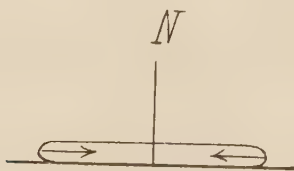
D_{13} projections de la goutte G' .

Les figures suivantes montrent la vibration de Γ (on voit en D_{18} le globule ε).

Les épreuves *A* et *B* donnent moins de formes par seconde. La forme annelée est particulièrement visible sur l'épreuve *A*.

§ 59. EXPLICATION GÉNÉRALE DU PHÉNOMÈNE. — La goutte qui tombe sur le plan enfumé s'étant aplatie, la

Fig. 38.



courbure de sa surface est très grande sur son pourtour et nulle sur ses deux bases planes. Les pressions capillaires développées sont donc appliquées uniquement sur

le pourtour de la goutte; les forces produites convergent toutes vers l'axe N. Les molécules liquides prennent donc des accélérations dirigées vers cet axe (*fig. 38*).

Or, toutes les fois qu'il y a afflux de liquide vers un axe, il se produit un jet suivant cet axe.

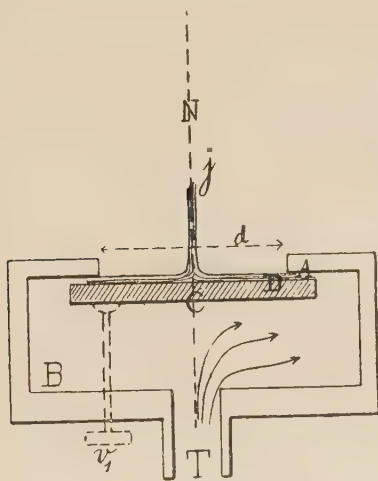
Pour vérifier ce principe, j'ai fait l'expérience suivante :

Description de l'appareil (fig. 39). — B, boîte (de révolution autour d'un axe vertical N) recevant de l'eau par le tuyau T et percée d'un trou circulaire de diamètre d . La face A est soigneusement dressée.

C, pièce de révolution soutenue dans la boîte B par trois vis v_1, v_2, v_3 . On se sert de ces vis pour amener la face très bien dressée D à être exactement parallèle à A.

(Distance de ces faces : $\frac{5}{100}$ à $\frac{20}{100}$ de millimètre.)

Fig. 39.



Le liquide jaillit dans l'intervalle de révolution laissé entre les faces bien parallèles A et D.

Tous les filets liquides sont horizontaux et dirigés vers l'axe N. Dans ces conditions, le liquide forme une nappe

jusqu'à l'axe. Il s'échappe dans la direction de l'axe en un jet j très délié et animé d'une grande vitesse ⁽¹⁾.

Telle est l'explication du *jet central* qui s'élance suivant l'axe de la goutte et qui entraîne tout le liquide. La goutte prend donc une forme très allongée.

On sait d'ailleurs qu'un cylindre liquide n'est pas stable dès que sa hauteur dépasse le périmètre de sa base. La tension superficielle le découpe en sphères.

C'est par un phénomène analogue que le cône allongé formé par la goutte est découpé par la tension superficielle; d'où l'explication des formes annelées et du détachement d'une ou de plusieurs gouttes projetées.

La goutte G' s'étant détachée, le reste Γ vibre énormément, en passant par une série de formes allongées et aplaties. C'est encore par suite d'un afflux de liquide vers l'axe que la gouttelette ϵ apparaît et est quelquefois détachée.

Si l'on mélange à l'eau une substance qui abaisse la tension superficielle, le rejaillissement est diminué ou supprimé. Cela tient à ce que les pressions capillaires développées sur le pourtour de la goutte aplatie sont diminuées si la tension superficielle est diminuée. La vitesse du jet central est alors moindre, et la gouttelette G' , si elle se détache, va moins haut.

Une goutte qui a déjà rebondi et qui vibre très fortement ne se subdivise plus quand elle tombe sur une deuxième surface enfumée (*voir* § 50). Cela s'explique facilement. La goutte n'est plus de révolution. Elle s'aplatit en donnant une figure qui n'a plus de centre. Il n'y a plus afflux de liquide vers un axe; donc, plus de jet central, plus de gouttelette projetée.

⁽¹⁾ Si le parallélisme rigoureux des faces A et D n'est pas réalisé, le liquide donne, en outre du jet suivant l'axe, une lame mince limitée d'un côté à l'axe; son azimut varie beaucoup pour le plus petit déplacement de la face D par rapport à la face A .

§ 60. CAS DE LA CALÉFACTION. — Si l'on fait tomber des gouttes d'eau sur une surface chaude et polie sur laquelle la caléfaction se produit, il y a rebondissement, mais pas de subdivision. Et pourtant l'angle de raccordement de l'eau est nul.

Ce fait s'explique par l'échauffement considérable de la goutte qui s'aplatit sur la surface, d'où abaissement de la tension superficielle; il n'y a plus de gouttelette projetée.

En effet :

1° La goutte qui rebondit est chaude;

2° Si l'on fait tomber des gouttes d'eau chaude (50° à 60°) sur une surface enfumée chauffée à la même température (bien entendu, au-dessous du point de fusion de la cire), il n'y a plus qu'un très mauvais rejaillissement.

§ 61. CHOC DE L'EAU SUR LES SURFACES SOLIDES NON MOUILLÉES ET DÉPOURVUES D'ENDUIT PULVÉRULENT (surfaces non mouillées, mais touchées : cire, paraffine, etc.). — Sur une surface solide enduite de cire, de paraffine, de suif, etc., les gouttes d'eau ne rejaillissent jamais. La présence du noir de fumée (ou de l'anhydride arsénieux, etc.) est indispensable.

Lorsque la hauteur de chute n'est pas trop grande, la goutte qui tombe sur une surface paraffinée s'étale, revient sur elle-même, se soulève quelquefois un peu et reprend une forme ramassée, avec un angle de raccordement presque droit.

Lorsque la hauteur de chute est plus grande, l'étalement de la goutte devient plus grand et la goutte se divise en plusieurs autres qui s'éparpillent sur la surface.

Chronophotographies. — Explication de la planche II :

Épreuve E. — E_1 , chute de la goutte sur le plan;

E_2 , E_3 , aplatissement;

E_4 , E_5 , resserrement.

Les figures suivantes montrent le soulèvement de la

goutte, qui est retenue sur le plan par un pédoncule adhérent. La goutte retombe ensuite sans avoir pu se séparer du plan.

Épreuve F. — On voit dans cette épreuve le soulèvement de la goutte, encore tirée vers le plan par un pédoncule; mais ici le pédoncule se rompt. La goutte retombe à côté sans avoir pu s'élever à plus de quelques millimètres.

Le phénomène commence comme sur le noir de fumée. Mais ici il y a adhérence de l'eau à la cire dans le sens de la normale.

On a vu (Chap. III, § 35) les expériences qui prouvent l'existence de cette adhérence normale de l'eau à la cire. Dans le cas des surfaces enfumées, il n'y a aucune adhérence normale. C'est pour cela que le rejaillissement peut se produire.

§ 62. CHOC DES GOUTTES D'EAU SUR LES SURFACES SOLIDES QUE L'EAU PEUT MOUILLER (verre très propre). — *Il n'y a pas de rejaillissement* si la surface est sèche : la goutte s'étale.

Si elle est déjà couverte d'une petite couche d'eau, on a à envisager l'un des cas suivants.

§ 63. CHOC D'UNE GOUTTE LIQUIDE SUR UNE MEMBRANE LIQUIDE. — On forme une lame liquide avec une dissolution du savon résineux de M. Izarn. On laisse tomber sur cette membrane de grosses gouttes du même liquide. Pour de faibles hauteurs de chute, il y a rebondissement. Pour de grandes hauteurs de chute, la goutte traverse la membrane sans la rompre. Il y a une hauteur de chute intermédiaire pour laquelle il y a rejaillissement véritable, avec projection d'une gouttelette.

§ 64. CHOC D'UNE GOUTTE D'EAU SUR UNE COUCHE D'EAU. — Les phénomènes qui se produisent dépendent non seulement de l'orifice d'écoulement et de la hauteur de chute, mais aussi de *l'épaisseur de la couche frappée*. Il y a souvent rejaillissement.

Les gouttes doivent se succéder lentement pour que la surface liquide soit bien tranquille quand le choc va se produire. Si l'on augmente la vitesse d'écoulement des gouttes, le phénomène devient irrégulier; mais, s'il y a rejaillissement, les gouttelettes projetées vont beaucoup plus haut.

Lorsque l'épaisseur de la couche frappée est petite (intérieure à 1^{mm} d'habitude), le choc produit seulement des ondes qui se propagent sur la surface du liquide. Si la hauteur de chute augmente (toujours pour la même épaisseur de la couche frappée), on voit se produire un grand nombre de petites gouttes qui rayonnent tangentiellement à la surface, autour du point frappé. Pour des hauteurs de chute de 1^{m} ou 2^{m} , il se produit des éclaboussures; un très grand nombre de petites gouttes sont projetées suivant des trajectoires très inclinées sur l'horizon; on en voit une multitude d'autres, extrêmement petites, qui sont projetées suivant des trajectoires moins inclinées: elles forment une sorte de brouillard léger au-dessus de la surface frappée.

Un rejaillissement simple (projection suivant la verticale d'une gouttelette animée d'une grande vitesse) peut se produire quand la hauteur de l'eau au-dessus du fond devient supérieure à une certaine valeur.

Si l'on maintient fixe cette épaisseur de la couche frappée et si l'on fait croître progressivement la hauteur de chute z , il arrive un moment où le rejaillissement se produit. La hauteur minima est très bien déterminée.

La hauteur z' atteinte par la goutte projetée croît très vite et dépasse de beaucoup la hauteur de chute. En même temps, à la surface du liquide le fort soulèvement qui s'est produit forme une goutte qui ne va pas bien haut et qui roule quelquefois sur la surface.

Le rejaillissement diminue beaucoup quand l'épaisseur de la couche frappée augmente.

Influence des parois latérales. — Tandis que la distance entre le fond du vase (supposé toujours horizontal) et la surface du liquide est la variable qui influe le plus sur le rejaillissement, les parois latérales interviennent fort peu, pourvu qu'au point frappé la surface du liquide soit horizontale.

Mesures. — La gouttelette G' qui est projetée en l'air s'élève en général bien au-dessus de l'orifice d'écoulement si par suite d'un léger courant d'air elle est déviée de sa trajectoire verticale. Si l'on élimine toutes les causes de perturbations (courants d'air, trépidations, rides à la surface du liquide) la gouttelette G' vient s'appliquer juste sur l'orifice d'écoulement et la mesure est impossible.

Si l'on fait tomber une goutte d'eau acidulée sur une couche d'eau pure et si l'on recueille au vol les gouttes qui rejaillissent sur un morceau de papier de tournesol, celui-ci rougit.

Si l'on fait tomber une goutte d'eau pure sur une couche d'eau alcalinisée, les gouttes qui rejaillissent bleussent le tournesol.

Les gouttes projetées sont donc formées par un mélange du liquide frappé et de la goutte incidente. On peut déterminer la proportion du mélange en laissant tomber des gouttes d'eau acidulée sur de l'eau alcalinisée ; quand les gouttes projetées sont neutres, on titre les liqueurs employées et l'on a la proportion du mélange. L'expérience n'est pas précise parce que le mélange n'est pas intime ; les taches sur le tournesol sont mi-partie rouges mi-partie bleues. J'ai trouvé que les gouttes projetées sont formées de trois parties du liquide frappé pour une partie du liquide qui tombe.

Chronophotographies. — Worthington ⁽¹⁾ (*Phil.*

(¹) WORTHINGTON and COLE, *Phil. Trans.*, A, 1900, p. 175 ; *Nature*, t. L, 1894, p. 232.

trans., 1900) a donné de très belles photographies instantanées représentant le choc d'une sphère solide et d'une goutte liquide sur une masse liquide. Ces photographies ne donnent qu'une phase du phénomène.

J'ai pu obtenir toute la série des phases.

Explication de la planche III.

- 1 : entrée de la goutte dans l'eau.
- 2 à 6 : éclaboussures latérales (figures non reproduites).
- 7 à 15 : vagues ; la surface de l'eau s'est creusée.
- 16 : projection d'un *jet central* animé d'une grande vitesse.
- 17, 18, 19 : le jet s'élance ; une gouttelette est sur le point de s'en détacher.
- 20 : projection de la gouttelette G'.
- 21 et les suivantes : la masse soulevée qui vient de perdre G' s'élargit par sa base.
- 27, 28, 29, 30 : la base descend plus vite que le haut ; le haut s'étrangle en une goutte (que nous appellerons *a*).
- 31 : la goutte *a* est abandonnée.
- 32 et les suivantes : la goutte *a* descend.
- 39, 40 : la goutte *a* est entrée dans le creux formé par le liquide (creux invisible sur la photographie).
- 41 et les suivantes : la goutte *a* ne s'est pas mélangée au liquide (goutte roulante), elle *émerge* du creux qui s'est formé dans le liquide.
- 52 et les suivantes : après s'être un peu élevée, la goutte *a* redescend.

(La suite, non reproduite ici, montre trois apparitions successives de cette goutte *a* et trois disparitions dans le creux qui s'est formé au centre du vase.)

Explication générale du phénomène. — La goutte qui tombe chasse l'eau autour du point frappé. Puis le liquide revient pour combler le creux formé. Il y a encore

afflux de liquide vers un axe, production d'un jet central que la tension superficielle étrangle : d'où projection d'une gouttelette, exactement comme dans le cas du rejaillissement sur le noir de fumée.

Mais ici le jet central se produit à la fois vers le haut et vers le bas. Si le fond est à une petite distance, le jet dirigé vers le bas est arrêté, et le rejaillissement vers le haut est plus fort.

Si le fond est très loin, le jet dirigé vers le bas se produit librement ; celui qui est projeté en l'air reçoit moins de liquide et a une vitesse moindre : c'est pour cela que le rejaillissement est moins énergique sur une nappe profonde que sur une nappe peu épaisse.

RÉSUMÉ.

I. *Formation des petites gouttes.* — Les gouttes d'eau de moins de 10^{mm^3} qui s'échappent d'un orifice percé dans une paroi enfumée sont de volume constant, si l'on prend les précautions indiquées aux paragraphes 6, 10, 11.

Elles ne présentent pas, comme les grosses, de ligament visible ni de goutte satellite. Le ménisque restant en arrière est de volume négligeable ; il n'y a plus à distinguer la goutte tombée et la goutte totale.

Leur forme est très sensiblement sphérique dès qu'elles sont détachées. Leur volume est donné par la loi de Tate corrigée de la pression hydrostatique ; il diminue quand la durée de formation descend au-dessous de 1 ou 2 secondes.

Toutes les complications qu'on rencontre dans l'étude des gouttes disparaissent par l'emploi des petites gouttes.

II. — J'ai cherché des applications de ces petites gouttes. J'en ai trouvé une que je crois nouvelle : c'est l'application à la compressibilité.

La formation des gouttes à un orifice très petit et non mouillé présente deux périodes : une période d'attente θ_1 , après laquelle la goutte perle brusquement ; une période de grossissement lent θ_2 après laquelle la goutte tombe.

$\theta_1 = 0$ si l'appareil est rigide et sans fuite. Si le liquide est en contact avec un corps élastique de volume v , θ_1 est proportionnel à v et au coefficient d'élasticité du corps. On met ainsi en évidence, non seulement la compressibilité des gaz, mais encore celle des liquides et des solides. J'ai pu par ce procédé mesurer notamment la compressibilité de l'eau, comprimée par la pression capillaire d'une petite goutte.

Les grosses gouttes ne donnent aucun phénomène analogue.

De tous les orifices que l'on peut employer pour ces expériences, les orifices percés dans une paroi enfumée sont de beaucoup les meilleurs.

III. — Le troisième Chapitre renferme l'étude des propriétés des surfaces enfumées, déjà utilisées dans les deux Chapitres précédents et dont il est constamment question dans la suite.

Les surfaces enfumées sont hérissées de petits murs de noir et de protubérances très fines et très serrées dont l'eau ne peut toucher que le sommet. L'angle de raccordement de l'eau est nul et il n'y a pas d'adhérence dans le sens normal.

La surface est parfaitement mouillée par l'air. Une grande quantité d'air est enfermée dans les cellules et entre les murs de noir. On ne peut enlever cet air sans faire perdre à la surface toutes ses propriétés.

Bien que l'eau roule avec une extrême facilité sur ses surfaces, *il n'y a aucun glissement à la paroi.*

IV. *Phénomènes de rejaillissement.* — Une goutte d'eau qui frappe une surface solide ne rejaillit que dans un seul cas : celui où la surface n'est pas touchée par

l'eau. Une goutte d'eau qui tombe sur un liquide rejaillit dans certains cas. Le plus simple, le plus régulier et le plus intéressant de ces phénomènes est le rejaillissement des *petites* gouttes d'eau sur les surfaces enfumées.

Ce phénomène est simple, en ce sens qu'il se réduit à une subdivision de la goutte en deux gouttelettes dont la plus petite est projetée très haut suivant la direction de la normale. Il n'y a aucune des éclaboussures qui accompagnent le rejaillissement de l'eau sur l'eau.

Ce phénomène est régulier ; il se reproduit identique à lui-même des milliers de fois ; les gouttes projetées suivent des trajectoires toujours les mêmes, indépendantes de la nature de l'enduit pulvérulent.

Ce phénomène permet de mettre en évidence et d'étudier la vibration des petites gouttes, qu'il est difficile de voir directement.

Il permet d'apprécier de faibles changements dans la composition des liquides. Il donne une méthode dynamique très délicate pour la mesure des grandes tensions superficielles.

Vu et approuvé :

Paris, le 14 janvier 1907.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,

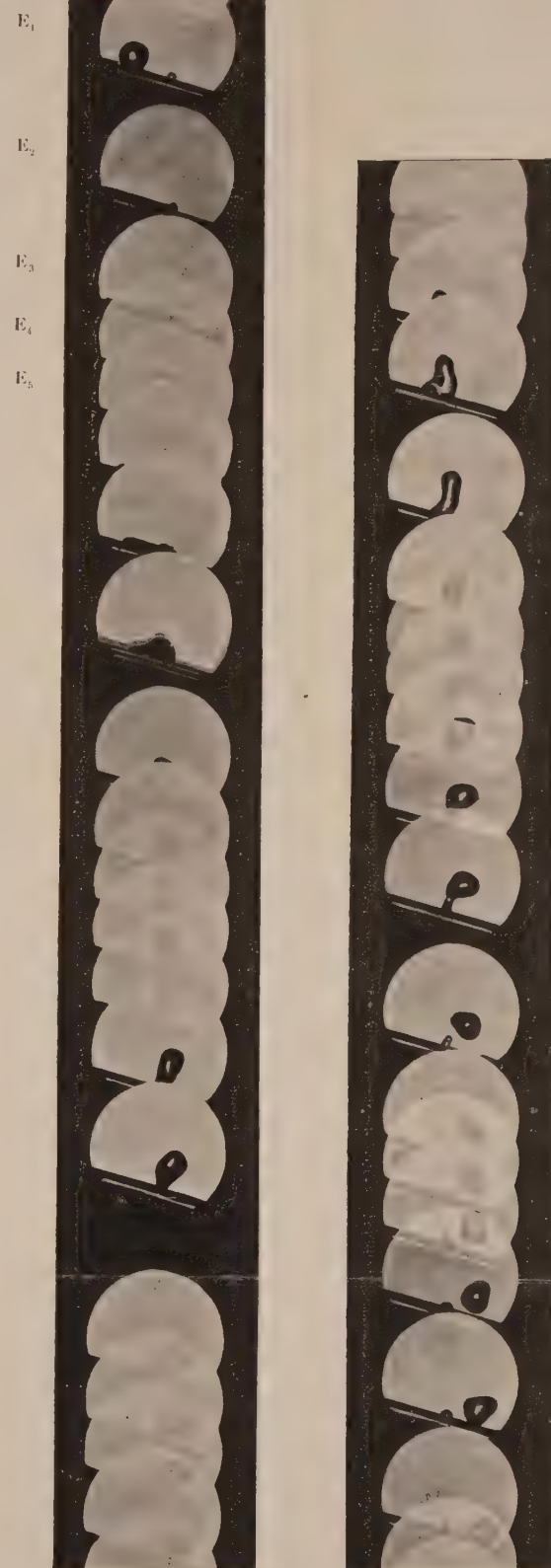
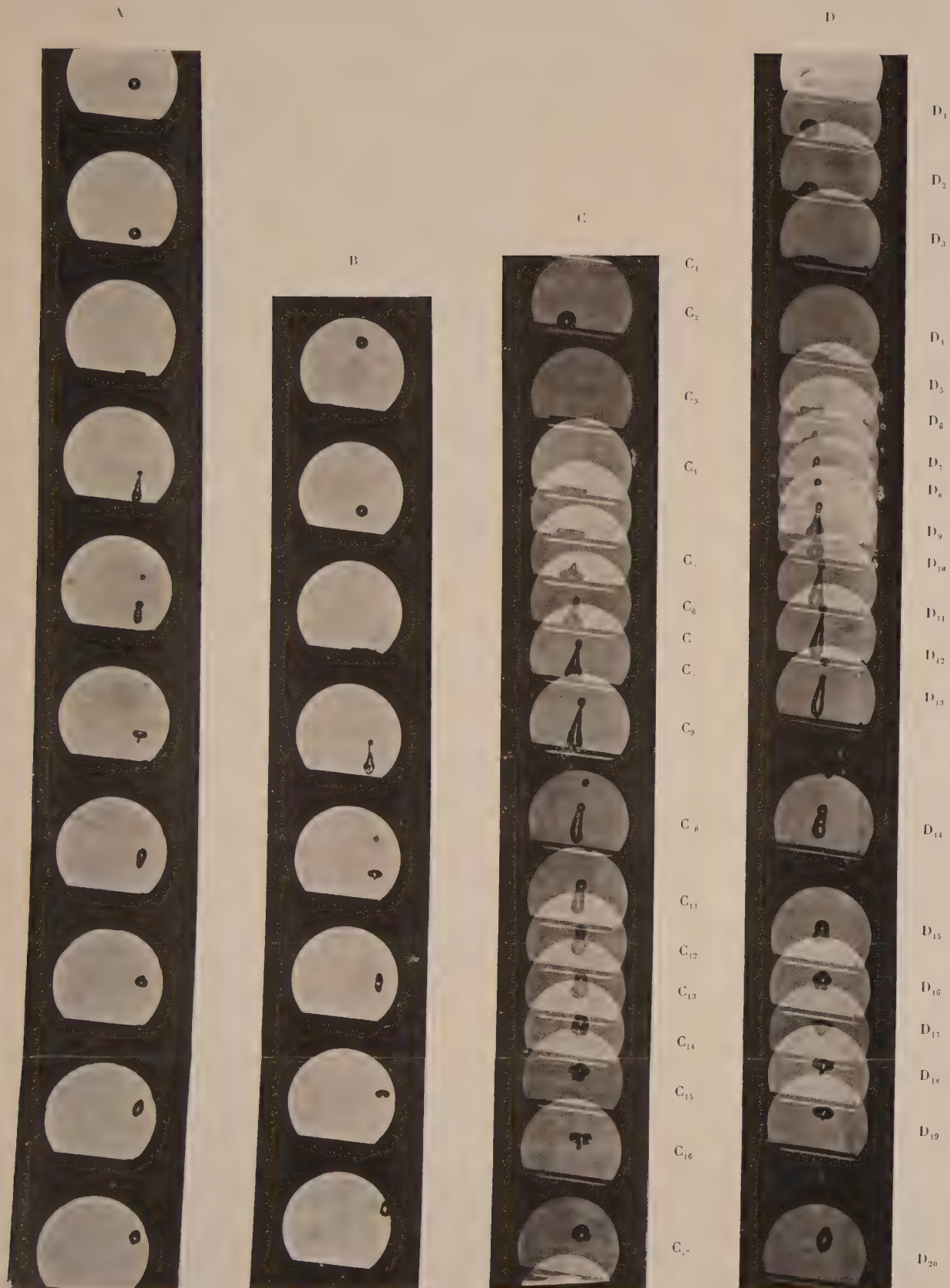
PAUL APPELL.

Vu et permis d'imprimer :

Paris, le 14 janvier 1907.

LE VICE-RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

L. LIARD.



SECONDE THÈSE.

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Étude des liquides cristallisés.

Vu et approuvé :

Paris, le 14 janvier 1907.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,
PAUL APPELL.

Vu et permis d'imprimer :

Paris, le 14 janvier 1907.

LE VICE-RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,
L. LIARD.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS.

39442 Quai des Grands-Augustins, 55.
